

3.3. Unidades Curriculares

Mapa IV - Projeto de Investigação em Matemática / Research Project in Mathematics

3.3.1. Unidade curricular:

Projeto de Investigação em Matemática / Research Project in Mathematics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Sílvio Marques de Almeida Gama OT: 15h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Corália Maria Fortuna de Brito Vicente OT: 15h

Fernando Manuel Ferreira Lobo Pereira OT: 15h

Sofia Balbina Santos Dias de Castro Gothen OT: 15h

Lisa Maria de Freitas Santos OT: 15h

Delfim Torres OT: 15h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

O estudante deve ser capaz de elaborar um Relatório com uma proposta de tese de doutoramento e apresentá-lo em sessão pública diante de um júri de especialistas no fim do 1º ano.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The student must be able to prepare a report with a proposal of his/her doctoral thesis and present it to a jury of experts, in a public discussion, at the end of 1st year.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Pretende-se que cada estudante, com ajuda de um orientador, estude um tema de investigação recente em Matemática e suas aplicações. Este estudo preparará a apresentação escrita e oral do Relatório da proposta de tese, do plano da investigação projetada, descrevendo o estado da arte e indicando os fundamentos científicos, metodologia a utilizar e objectivos a alcançar.

3.3.5. Syllabus:

It is intended that each student, with the help of his/her supervisor, study a recent topic/field of research in

mathematics and its applications. This study leads to (i) the written Report (thesis proposal) and (ii) an oral presentation. The Report lays out the plan of the research, describing the state-of-the-art, the scientific foundations, the methodology to be used and the objectives that are expected to achieve.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O Relatório com a proposta de tese definirá o trabalho de investigação futuro do estudante através da identificação de:

1- Título da tese

2- Classificação AMS

3- Orientador(es) e respectiva(s) instituição(ões)

4- Componente científica:

Aqui, o estudante descreve, em detalhes, o problema de investigação, os avanços que espera alcançar e como pretende proceder para alcançar os resultados a que se propõe. Nesta parte, identifica-se: (i) o Estado da Arte e (ii) o Plano de Investigação e Métodos.

4.1- Estado da Arte (máximo 5 páginas A4): revisão científica na área de investigação;

4.2- Plano de Investigação e Métodos (máximo 5 páginas A4): descrever, pormenorizadamente, a pesquisa e os métodos, em particular.

O estudante deve ainda saber responder às questões: (i) Por que é importante e interessante o problema? (ii) Quais são as metodologias que pretende usar? (iii) Quais os avanços no campo da investigação que espera?

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The report with the thesis proposal will define the future research work of the student by identifying:

1 - Title of thesis

2 – AMS classification

3 - Advisor(s) and their(s) institutions(s)

4 - Science Component:

Here, the student describes, in detail, the research problem, the advances expected to be achieve, and how he/her intends to proceed to achieve the result. Here, the student identifies: (i) the State-of-the-Art and (ii) the Research Plan and Methods.

4.1- State-of-the-Art (maximum 5 pages A4): scientific review in the area of the scientific research;

4.2- Research Plan and Methods (maximum 5 pages A4): describe in detail the research and methods in particular.

The student should know how to answer answer to the following questions: (i) Why is it important and interesting his/her research? (ii) What are the methods he/she wants to use? (iii) What are the advances in the field of research he/she expects?

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Estas metodologias dizem respeito ao modo como a elaboração destes projetos de tese são orientados e desenvolvidos pelos respetivos estudantes e sob a supervisão do orientador. A evolução da proposta de tese é analisada periodicamente pela Comissão Científica (CC) do CE.

Esta UC é avaliada através de um relatório escrito e de uma apresentação oral, feitos pelo estudante, e deve caracterizar os desafios técnico-científicos a endereçar, descrevendo o estado da arte e indicando os fundamentos científicos, metodologia a utilizar e objectivos a alcançar, nos moldes estabelecidos anualmente pela CC do PDMA.

A proposta de doutoramento é avaliada e discutida publicamente por um júri legal constituído para o efeito.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

These methodologies are related to the development and how the proposals are oriented and developed by each student and under the guidance of the supervisor advisors. The Scientific Committee (SC) periodically reviews the evolution of the thesis proposal.

This course is assessed through a written report and an oral presentation made by the student, and should characterize the technical and scientific challenges to address, describing the state of the art and indicating the scientific foundations, methodology used and objectives pursued, in manner established annually by the SC.

The PhD proposal is evaluated and discussed publicly by a legal jury constituted for this purpose.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino, entendidas como sendo as utilizadas em unidades curriculares convencionais, não se aplicam nesta situação.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodologies, understood as those used in conventional curricular units, do not apply in this situation.

3.3.9. Bibliografia principal:

Publicações na área científica de investigação escolhidas sob o parecer científico do orientador/ Publications in scientific research area choosen under the guidance of his/her supervisor

Mapa IV - Seminário / Seminar

3.3.1. Unidade curricular:

Seminário / Seminar

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Sílvio Marques de Almeida Gama TP: 14h OT: 6h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Eduarda da Rocha Pinto Augusto da Silva

TP: 14h

OT: 6h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Esta unidade tem por objectivo o desencadeamento de competências transversais de comunicação, em paralelo com o desenvolvimento de uma cultura geral em Matemática. Inclui também a realização de um ciclo de palestras de investigação. No final, os estudantes devem dar um seminário num dos temas apresentados no ciclo de palestras.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

This unit is aimed at developing communication skills as well as the development of a general knowledge in mathematics. It also includes a cycle of research seminars. In the end, the students must give a seminar on one of the topics presented in the cycle seminars.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Cada estudante deve fazer uma leitura de artigos científicos sob o aconselhamento e orientação de um supervisor da sua escolha.

3.3.5. Syllabus:

Each student must read a set of scientific papers under the advice and guidance of a supervisor of his/her choice.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Ao nível de doutoramento uma unidade curricular deve, por um lado indicar, aos estudantes áreas potenciais de investigação e, simultaneamente fornecer bases sólidas para investigação na área. Considera-se que o conteúdo programático descrito acima, apoiado em bibliografia adequada (ver bibliografia) é, por isso, apropriado.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Considering that a curricular unit at PhD level serves two purposes: indicates potential research areas and problems and also provides scientific background for the research in the area, the syllabus described above, supported by good references is the most adequate.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

- ***Os estudantes devem assistir a pelo menos 8 seminários.***
- ***Os estudantes devem escrever um resumo com a discussão de 5 dos 10 seminários apresentados. Cada resumo não deve exceder 1 página A4 (times new roman, tamanho de letra 11pt) e deve ser submetido dentro de 10 dias após o seminário.***
- ***Cada estudante deve escolher um dos temas de investigação proposto e preparar uma palestra de 40m. Este trabalho é realizado sob a supervisão do corpo docente, que propôs o tema da investigação.***
- ***Classificação: Nota final é dada em pontos de 20; Se a palestra não for aceitável, é dado ao estudante uma segunda oportunidade de voltar a apresentar a palestra num prazo de 2 semanas.***

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

- ***The students must attend at least 8 seminars.***
- ***The students must write a summary with discussion for 5 of the 10 seminars. These summaries must not exceed 1 page A4 (times new roman 11pt letter size) each and must be submitted within 10 days after the seminar.***
- ***Each student must choose one of the research themes proposed and prepare a 40m talk. This will be***

accomplished under the supervision of the faculty who proposed the research theme.

• Grades: – final grade is given in points out of 20; – if the talk is not up to the standard, the student is given a second chance to resubmit the talk within 2 weeks.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de ensino encontra-se centrada no estudante, que ao longo do semestre desenvolve através do seu trabalho autónomo competências necessárias para desenvolver trabalho de investigação conducente a uma tese de doutoramento.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodology is student-centered; the autonomous work developed by the student allows the development of the research skills needed to prepare the PhD thesis.

3.3.9. Bibliografia principal:

Research papers published in international journals choosen under the guidance of the supervisor(s).

Mapa IV - Tópicos Avançados de Álgebra, Lógica e Computação /Advanced Topics in Algebra, Logic and Computation

3.3.1. Unidade curricular:

Tópicos Avançados de Álgebra, Lógica e Computação /Advanced Topics in Algebra, Logic and Computation

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Manuel Augusto Fernandes Delgado – 10h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

António José de Oliveira Machiavelo – 9h

Dirk Hofmann – 9h

José Pedro Miranda Mourão Patrício – 9h

Luís Filipe Ribeiro Pinto – 10h

Manuel António Gonçalves Martins - 9h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Os estudantes deverão:

- compreender os principais conceitos, resultados e métodos no âmbito dos vários tópicos estudados;*
- ser capazes de sistematizar conhecimento e aplicá-lo na construção de demonstrações ou resolução de outros problemas, no domínio da Álgebra ou da Lógica, ou das suas aplicações;*
- conhecer algumas relações entre matemática e computação, no contexto de aspetos computacionais da Álgebra ou da Lógica, ou de teorias da Álgebra ou da Lógica ligadas a modelos de computação, à programação, ou à computação em geral.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Students should:

- understand key concepts, results and methods in the various topics studied;*
- be able to systematize knowledge and apply it in the construction of proofs or solving other problems in the areas of Algebra and Logic, or its applications;*
- know some relations between mathematics and computation in the context of computational aspects of Algebra or Logic, or theories of Algebra or Logic related to models of computation, programming, or computation in general.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Em cada ano são lecionados 3 dos seguintes tópicos:

Álgebra computacional: introdução a um sistema computacional algébrico; tópicos em teoria de números computacional ou em teoria de grupos computacional

Autómatos, linguagens e semigrupos: linguagens regulares; reconhecimento por autómatos finitos e por semigrupos; (opção 1) variedades de semigrupos e de linguagens, teorema de Eilenberg; (opção 2) hierarquia de Chomsky, problemas de decidibilidade

Lógica algébrica: elementos de álgebra universal; algebrização das lógicas clássica, intuicionista e modal; lógica algébrica abstrata

Teoria de categorias: propriedades universais; construções em categorias; transformações naturais e adjunções;

mónadas.

Teoria da demonstração: cálculo-lambda; lógica intuicionista e correspondência Curry-Howard; sistemas de dedução formal

Teoria de matrizes: divisores elementares e fatores invariantes, polinómio mínimo; formas canónicas de matrizes; matrizes não-negativas, irredutibilidade e primitividade

3.3.5. Syllabus:

Each year are taught three of the following topics:

Computer algebra: introduction to some computer algebra system; development of topics in computational number theory or in computational group theory.

Automata, languages, and semigroups: regular languages; recognizability by finite state automata and by semigroups; (option 1) varieties of semigroups and languages, Eilenberg's theorem; (option 2) Chomsky's hierarchy, decidability problems.

Algebraic logic: elements of universal algebra; algebraization of classical, intuitionistic and modal logics; abstract algebraic logic.

Category theory: universal properties; constructions in categories; natural transformations and adjunctions; monads.

Proof theory: lambda-calculus; intuitionistic logic and Curry-Howard correspondence; proof systems.

Matrix theory: elementary divisors and invariant factors, minimal polynomial; canonical forms of a matrix; nonnegative matrix, irreducibility and primitivity.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A uc está organizada num conjunto de seis tópicos nas áreas da Álgebra ou da Lógica, relevantes no domínio das aplicações, em especial nas Ciências da Computação.

Os conteúdos programáticos previstos nos vários tópicos, de um modo geral, permitem trabalhar os resultados de aprendizagem identificados para a uc.

No que respeita à relevância dos tópicos em estudo no domínio das aplicações e, em particular, no que se refere a ligações à computação, é de salientar que:

-a teoria de matrizes, além de estar na base de múltiplas aplicações em diversas áreas do saber, é também peça base na computação científica;

-os tópicos de autómatos, linguagens e semigrupos (através do estudo de autómatos e máquinas de Turing) e de teoria da demonstração (através do estudo do cálculo-lambda) contactam diretamente com modelos de computação e, ao mesmo tempo, o primeiro tópico inclui o estudo das linguagens formais e o segundo tópico faz ligação da lógica à programação funcional;

-a teoria das categorias é usada, em particular, para modelar aspetos da teoria das linguagens de programação, por exemplo relacionados com tipificação;

-o tópico de lógica algébrica introduz ideias base para aplicar a álgebra no estudo de lógicas, nomeadamente não-clássicas, e no estudo de especificação algébrica de tipos abstratos de dados;

-o tópico de álgebra computacional inclui o estudo de algoritmos em áreas como a teoria de grupos ou a teoria de números computacional e aplicações (por exemplo, à criptografia), apoiado em sistemas computacionais algébricos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The curricular unit is organized in six topics in the areas of Algebra and Logic, which are relevant for applications, particularly in Computer Science

The contents provided on the various topics, in general, allow to work the learning outcomes identified for the curricular unit.

In what respects relevance of the topics of the curricular unit for applications, in particular, in what concerns connections to computation, one should emphasize that:

- the theory of matrices, besides being at the basis of many applications in various areas of knowledge, plays a fundamental role in scientific computing;

- topics automata, languages and semigroups (through the study of automata and Turing machines) and proof theory (through the study of lambda-calculus) contact directly with models of computation; at the same time, the first topic includes the study of formal languages and the second topic connects logic to functional programming;

- category theory is used in particular to model aspects of programming languages, for example related to typing;

- the topic of algebraic logic introduces basic ideas for applying algebra in the study logics, namely non-classical logics, and for the study of algebraic specification of abstract datatypes;

- the topic of computer algebra includes the study of algorithms in areas such as group theory or number theory and applications (such as cryptography), supported in computer algebra systems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas serão usadas maioritariamente para expor os principais conceitos, resultados e métodos dos vários tópicos em estudo. Será também dedicado algum tempo das aulas à resolução de problemas que envolvam ou apliquem os conceitos, resultados e métodos estudados. O tópico de álgebra computacional prevê ainda a utilização de um sistema computacional algébrico, como o SAGE (www.sagemath.org), o GAP (www.gap-

system.org), ou outro.

A avaliação será baseada em testes escritos ou trabalhos, que poderão envolver o uso de ferramentas computacionais na resolução de problemas.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures will be used mainly to introduce the main concepts, methods and results of the various topics. Some time will also be devoted to solve problems that involve or apply the concepts, results and methods studied. For the topic of computer algebra it is also foreseen the use of a computer algebra system, such as SAGE (www.sagemath.org), GAP (www.gap-system.org), or other.

The assessment will be based on written tests or works, which may involve the use of computational tools for problem solving.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Dado o nível avançado dos tópicos que compõem a uc, a exposição das matérias é fundamental para a sua compreensão e para estabelecer ligações dos tópicos da uc com outras áreas da matemática e das suas aplicações. Embora se espere o trabalho autónomo dos estudantes, a resolução de alguns problemas durante as aulas constituirá um auxílio importante à adequada compreensão das matérias.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Given the advanced level of topics that make up the curricular unit, presentation of the subjects in study is critical to its understanding and to establish connections between topics of the curricular unit and other areas of mathematics and its applications. While it is hoped the independent work of students, solving some problems during classes constitute an important aid to the proper understanding of the subjects in study.

3.3.9. Bibliografia principal:

-Handbook of computational group theory, D. Holt, B. Eick, E. O'Brien, CRC Press, 2005.

-Prime Numbers, A Computational Perspective, R. Crandall, C. Pomerance, Springer, 2005.

-The theory of matrices, F.R. Gantmacher, vol 1. Chelsea Publishing, 2001.

-Matrix analysis, R. Horn, C. R. Johnson, Cambridge Univ. Press, 1984.

-Introduction to automata theory, languages, and computation, J. Hopcroft, R. Motwani, J. Ullman, Prentice Hall, 2006.

-Mathematical foundations of automata theory, J.-E. Pin, book available at <http://www.liafa.jussieu.fr/~jep/PDF/MPRI/MPRI.pdf>, 2014.

-Abstract and Concrete Categories, J. Adamek, H. Herrlich, G. E. Strecker, John Wiley & Sons, 2004.

-Algebraic logic, H. Andréka, I. Németi, I. Sain, in D. Gabbay, F. Guenther (eds.) Handbook of philosophical logic, vol 2, Springer, 2001.

-Algebraic methods in philosophical logic, J.Dunn, G.Hardegree, Oxford Univ. Press, 2001.

-Basic proof theory, A. S. Troelstra, H. Schwichtenberg, Cambridge Univ. Press, 2000.

Mapa IV - Tópicos Avançados de Análise e Otimização Advanced Topics in Analysis and Optimization

3.3.1. Unidade curricular:

Tópicos Avançados de Análise e Otimização Advanced Topics in Analysis and Optimization

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Fernando Manuel Ferreira Lobo Pereira TP: 19h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Lisa Maria de Freitas Santos TP: 19h

Luís Filipe Pinheiro de Castro TP: 18h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se que o estudante adquira os conceitos e métodos fundamentais de análise real e de análise funcional bem como a sua utilização em teoria da optimização. Em particular, deverá ser claro para o estudante como é que a existência de solução de problemas de optimização com restrições em espaços de dimensão infinita bem como condições necessárias de optimalidade emergem da aplicação de métodos da análise real e da análise funcional.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The student should acquire the fundamental concepts and methods of real analysis and of functional analysis and their use in optimization theory. In particular, the student should understand well how the existence of solution to

infinite dimensional optimization problems with constraints as well as necessary conditions of optimality arise from the application of methods of real analysis and of functional analysis.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Espaços vectoriais; Espaços lineares normados; Espaços de Banach; Separabilidade; Espaços L_p . Teorema de Hahn-Banach; Teorema da aplicação aberta; Espaços duais; Reflexividade; Topologias fraca e fraca estrela.

Espaços de Hilbert; Teorema da projeção; Teoremas de Lions-Stampacchia e Lax-Milgram; Teorema da representação Riesz.

Aplicação do teorema de Hahn-Banach a problemas de norma mínima.

Optimização de funcionais: derivadas de Gateaux e Frechet, equações de Euler-Lagrange, Problemas com restrições, funcionais convexo-concavo, funcionais conjugados, problemas de optimização duais.

Optimização global com restrições: multiplicadores de Lagrange, suficiência, sensibilidade, dualidade.

Optimização local com restrições: função inversa, restrições na forma de igualdade e desigualdade.

Aplicação a controlo ótimo: princípio do máximo de Pontryagin.

3.3.5. Syllabus:

Vector spaces: normed linear spaces; Banach spaces; separability; L_p -spaces.

Hahn-Banach Theorem: Open Mapping Theorem; dual spaces; reflexivity; weak and weak- topologies.*

Hilbert spaces: the Projection Theorem; Stampacchia e Lax-Milgram Theorems; Riesz Representation Theorem.

Application of the Hahn-Banach theorem to minimum norm problems.

Optimization of functionals: Gateaux and Frechet derivatives; Euler-Lagrange equations; problems with constraints; convex-concave functionals; conjugate functionals; dual optimization problems.

Global constrained optimization: Lagrange multipliers; sufficiency; sensitivity; duality.

Local constrained optimization: Inverse function equality and inequality constraints.

Application to optimal control: Pontryagin maximum principle.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A unidade curricular apresenta duas partes distintas. Enquanto na primeira parte serão abordados os principais conceitos, resultados e métodos de análise real e de análise funcional, na segunda, estes conceitos e métodos serão aplicados para a obtenção de resultados fundamentais em teoria de optimização, nomeadamente, nas condições de existência de solução e nas condições necessárias de otimalidade. Estes métodos serão ilustrados com classes particulares de problemas de programação não linear e de controlo ótimo.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The curricular unit features two distinct parts. While in the first part the main concepts, results and methods of real analysis and functional analysis will be addressed, in the second one, these concepts and methods are applied to fundamental results in optimization theory, notably, in the derivation of conditions for the existence of solution and in the necessary conditions of optimality. These methods will be illustrated with particular classes of nonlinear programming problems and optimal control problems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Cada aula consistirá de duas componentes: uma de apresentação de conceitos e métodos bem como de orientação do trabalho dos estudantes e outra de “feedback” aos estudantes do trabalho por estes realizado. Os estudantes irão ter trabalhos de casa individuais que vão defender. Durante o semestre, cada estudante terá de fazer pelo menos um projecto de investigação profunda de um problema dado de optimização, ou modelar um problema real, identificar as suas características, estudar as propriedades e elaborar um método da resolução. O modo de avaliação será contínuo vai ter pelo menos 5 momentos de avaliação (mini testes, trabalhos de casa, projetos.)

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Each class will consist of two components: a presentation of concepts and methods as well as orientation of the work of the students, and, another one, in which feedback of the work done will be provided to the students. During the semester each student will fulfill at least one project consisting in either deep theoretical research of a certain optimization problem, or in modelling of a real problem, identification of its characteristics, studying the properties and elaboration of a solution method. Evaluation will be continuous and consist in at least 5 components (mini test, homework, project, etc.)

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Durante as aulas, os estudantes irão obter os conhecimentos básicos que vão aprofundar realizando os trabalhos de casa e preparando mini testes ao longo do período letivo. Neste trabalho os estudantes vão ter o acompanhamento contínuo de parte de professor. O trabalho em projecto tem como objetivo aplicar todos os

conhecimentos obtidos pelos estudantes num trabalho mais aprofundado de investigação ou numa aplicação prática.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

During the classes, students will obtain the basic knowledge that will deepen performing homework and preparing mini tests along the academic period. In this work they will have regular supervision of the teacher. The work in the project is aimed to applying the knowledge obtained by the students to the research work or to applications.

3.3.9. Bibliografia principal:

1. Brezis, H., *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations.*, Springer, 2011.
2. Lang, S., *Real and Functional Analysis*, 3rd ed., Springer, New York, 1993.
3. Luenberger, D. G., *Linear and Nonlinear Programming*, 2nd Edition, Addison-Wesley Inc., Reading, Massachusetts, 1984.
4. Luenberger, D. G., *Optimization by Vector Space Methods*, John Wiley & Sons, Inc., 1997.
5. Royden, H., *Real Analysis*, Macmillan, New York, 1963
6. Rudin, W., *Principles of mathematical analysis*, McGraw-Hill, 1964

Mapa IV - Tópicos Avançados de Dinâmica e Geometria / Advanced Topics in Dynamics and Geometry

3.3.1. Unidade curricular:

Tópicos Avançados de Dinâmica e Geometria / Advanced Topics in Dynamics and Geometry

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Sofia Balbina Santos Dias de Castro Gothen (FEP.UP) TP 14h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Dirk Hofmann (UA) TP 14h

Lucile Arlette Guilaïne Vandembroucq (UM) TP 14h

Isabel Salgado Labouriau (FCUP) TP 14h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Preparação geral e uniformizar os seus conhecimentos em Equações Diferenciais, Sistemas Dinâmicos e Geometria Diferencial.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

General knowledge and uniformisation of skills in Differential Equations, Dynamical Systems and Differential Geometry.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Geometria elementar de subvariedades de R^n :

Parametrizações (ou cartas), fibrado tangente, funções diferenciáveis, subvariedades, transversalidade.

Formas diferenciais, cohomologia de Rham.

Conceitos básicos de dinâmica em R^n (ou em uma subvariedade de R^n):

Equações diferenciais, estabilidade de pontos de equilíbrio e de soluções periódicas, hiperbolicidade, variedades estável e instável, aplicação de Poincaré. Estabilidade estrutural e bifurcações.

Os mesmos conceitos para dinâmica de relações de recorrência.

3.3.5. Syllabus:

Elementary geometry of submanifolds of R^n :

Parametrisations (or charts), tangent bundle, differentiable functions, submanifolds, transversality.

Differential forms, de Rham cohomology.

Basic concepts of dynamics in R^n (or in submanifolds of R^n):

Differential equations, stability of equilibria and of periodic solutions, hyperbolicity, stable and unstable manifolds, Poincaré map. Structural stability and bifurcations.

The same concepts for the dynamics of recurrence relations.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos representam uma lista de conceitos básicos em Geometria Diferencial e Sistemas Dinâmicos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus consists of a list of basic concepts in Differential Geometry and Dynamical Systems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Cada aula consistirá de duas componentes: uma de apresentação de conceitos e métodos bem como de orientação do trabalho dos estudantes e outra de “feedback” aos estudantes do trabalho por estes realizado. Os alunos irão ter trabalhos de casa individuais que vão defender. Durante o semestre, cada aluno terá de fazer pelo menos um projecto de investigação profunda de um problema dado, ou modelar um problema real, identificar as suas características, estudar as propriedades e elaborar um método da resolução. O modo de avaliação será contínuo vai ter pelo menos 5 momentos de avaliação (mini testes, trabalhos de casa, projectos.)

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Each class will consist of two components: a presentation of concepts and methods as well as orientation of the work of the students, and, another one, in which feedback of the work done will be provided to the students. During the semester each student will fulfill at least one project consisting in either deep theoretical research of a certain problem, or in modelling of a real problem, identification of its characteristics, studying the properties and elaboration of a solution method. Evaluation will be continuous and consist in at least 5 components (mini test, homework, project.)

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Durante as aulas, os alunos irão obter os conhecimentos básicos que vão aprofundar realizando os trabalhos de casa e preparando mini testes ao longo do período lectivo. Neste trabalho os alunos vão ter o acompanhamento contínuo de parte de professor. O trabalho em projecto tem como objectivo aplicar todos os conhecimentos obtidos pelos alunos num trabalho mais aprofundado de investigação ou numa aplicação prática.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

During the classes, students will obtain the basic knowledge that will deepen performing homework and preparing mini tests along the academic period. In this work they will have regular supervision of the teacher. The work in the project is aimed to applying the knowledge obtained by the students to the research work or to applications.

3.3.9. Bibliografia principal:

*V. Guillemin, A. Pollack, Differential Topology, AMS Chelsea publishing, 1974
V.I. Arnold, Ordinary Differential Equations, MIT press, 1973*

Mapa IV - Tópicos Avançados em Probabilidade e Estatística / Advanced Topics in Probability and Statistics

3.3.1. Unidade curricular:

Tópicos Avançados em Probabilidade e Estatística / Advanced Topics in Probability and Statistics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Margarida Maria Araújo Brito TP: 19h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

*Maria Emilia Feijão Queiroz de Athayde TP: 19h
Manuel Scotto TP: 18h*

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Consolidar e desenvolver os conhecimentos em tópicos relevantes da teoria das probabilidades e da Estatística. Pretende-se que o estudante adquira uma base sólida de conhecimentos avançados desenvolvendo as capacidades de raciocínio abstrato e trabalho autónomo, que lhe permitam prosseguir o estudo de tópicos especializados bem como o desenvolvimento de trabalho futuro envolvendo a teoria das probabilidades, estatística e suas aplicações.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

To review and develop the fundamental concepts, ideas and principles of the theory of probability and statistics. It is intended that the students acquire a solid knowledge on relevant topics from this domain, enabling them to pursue the study of more specialized topics as well as to develop future work related to the theory of probability, statistics and their use in practice.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Espaços mensuráveis. Sucessões de acontecimentos. Funções mensuráveis. Medidas. Variáveis aleatórias,

medidas de probabilidade, propriedades fundamentais. Espaços de probabilidade, classificação das leis de probabilidade. Integração em espaços de probabilidade, resultados fundamentais. Valor esperado de uma variável aleatória, desigualdades. Distribuições de probabilidade. Independência e condicionamento. Função característica. Convergências estocásticas. Leis dos grandes números. Teoremas do limite central. Distribuições multidimensionais, leis condicionais. Esperança condicional. Modelos estatísticos. Teoria da decisão, funções de risco, regras de decisão e critérios. Famílias exponenciais. Exaustividade. Estimação pontual, comparação de estimadores, propriedades dos estimadores de natureza assintótica, métodos de estimação, incluindo métodos de inferência baseados na função de verosimilhança e suas propriedades fundamentais. Intervalos de confiança e testes de hipóteses paramétricas.

3.3.5. Syllabus:

Measurable spaces. Sequences of events. Measurable functions. Measures. Random variables, probability measures, fundamental properties. Probability spaces, types of probability laws. Integration in probability spaces and expectation. Inequalities. Some probability distributions. Independence and conditioning. Characteristic functions. Modes of convergence of sequences of random variables. Laws of large numbers. Central limit theorems. Multivariate distributions, conditional laws. Conditional expectation. Statistical models. Decision theory: risk functions, decision rules, criteria. Exponential families. Sufficiency. Point estimation, comparison of estimators, asymptotic properties, methods of estimation with emphasis on likelihood based inference. Hypothesis tests and confidence sets.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos cobrem os conceitos e princípios fundamentais da teoria das probabilidades e estatística, incluindo as ideias centrais e métodos relevantes da estatística indutiva, providenciando, em acordo com os objetivos da uc, uma base sólida de conhecimentos neste domínio.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus covers the fundamental concepts and principles of the theory of probability and statistics, including the main ideas and relevant methods of the inferential statistics, providing the students with a solid bases and important tools in this domain, in accordance with the aims of the uc.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição e discussão dos temas, exercícios e problemas relacionados nas aulas, usando os meios adequados. As resoluções dos exercícios e problemas são apresentadas pelos estudantes e discutidas por todos os participantes da u.c.. Orientação dos trabalhos e estudo em curso, bem como, eventualmente, de um projeto, envolvendo a elaboração de um relatório, com posterior apresentação e discussão. São disponibilizados materiais de apoio na página da UC.

Avaliação: Distribuída com exame final.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures, where the topics of the syllabus, exercises and related problems are presented and discussed, using the adequate means. Exercises and problems are presented by the students and discussed by all the participants of the uc.. Supervision of the work and study in progress is provided, including eventually the elaboration of a project work, involving a written report and posterior oral presentation and discussion. Resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation: Continuous evaluation with final exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino seguidas são aquelas que se consideram adequadas ao nível de 3º ciclo, numa UC desta área. A exposição da matéria é organizada de acordo com o programa fixado e os objetivos a alcançar. São apresentados e discutidos exemplos de aplicação da teoria das probabilidades e estatística e dos métodos abordados. A participação ativa dos estudantes nas aulas, a resolução dos problemas de forma autónoma, é uma componente fundamental do processo de aprendizagem, promovendo a consolidação e desenvolvimento dos conhecimentos nesta área.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodologies followed are those thought to be adequate for a PhD course in this area. The presentation in the lectures is organized in accordance with the syllabus and the intended outcomes, and frequent examples are given to illustrate the applicability of the theory of probability and statistics and of the methods considered. The active participation of the students in classes, solving problems and worked examples is fundamental in the learning process, enabling them to consolidate and deepen the knowledge in this domain.

3.3.9. Bibliografia principal:

P. Billingsley, Measure and Probability, Wiley, 2012.

G. Casella and R. Berger, Statistical Inference, Duxbury Press, 2nd Edition, 2001.

D. R. Cox, Principles of Statistical Inference, Cambridge University Press, 2004.

A.C. Davison, Statistical Models, Cambridge University Press, 2003.

J. H. Stapleton, Models for Probability and Statistical Inference: Theory and Applications, John Wiley & Sons Inc., 2008.

Mapa IV - Teorias de Galois / Galois Theories**3.3.1. Unidade curricular:**

Teorias de Galois / Galois Theories

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Dirk Hofmann TP/OT: 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

João José Neves Silva Xarez (21h)

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Aprofundar tópicos dados em UCs afins. Conduzir os estudantes a uma familiarização com noções de álgebra categorial.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Exploring topics which were presented in related disciplines. Through this process the students will become gradually familiarized with notions of categorical algebra.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Teoria de Galois clássica, Teoria de Galois de Grothendieck, Teoria de Galois infinitária, Teoria de Galois categorial de anéis comutativos, O teorema de Galois categorial e sistemas de factorização, mapas de cobertura.

3.3.5. Syllabus:

Classical Galois theory, Galois theory of Grothendieck, Infinitary Galois theory, Categorical Galois theory of commutative rings, Categorical Galois theorem and factorization systems, Covering maps.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A estruturação dos conteúdos foi realizada considerando a adequação dos mesmos aos objetivos da unidade curricular, tendo em vista a necessidade de facultar aos estudantes uma visão contemporânea sobre a álgebra categorial e as diversas aplicações.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The content was chosen considering their appropriateness with the objectives of the course, considering the need to provide the students with a contemporary vision of categorical algebra and its diverse applications.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teóricas acompanhadas de exercícios para reforçar a compreensão dos conteúdos teóricos.

A avaliação dependerá do responsável pela unidade curricular em cada ano, e poderá ir desde a realização de um único momento de avaliação até uma avaliação contínua.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures supported by exercises in order to strengthen the understanding of the material. The evaluation method will be decided every year by the teacher in charge, and can vary from a unique exam till continuous evaluation.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Durante as aulas, os alunos irão obter os conhecimentos básicos que vão aprofundar realizando os trabalhos de

casa e preparando mini testes ao longo do período lectivo. Neste trabalho os alunos vão ter o acompanhamento contínuo de parte de professor. O trabalho em projecto tem como objectivo aplicar todos os conhecimentos obtidos pelos alunos num trabalho mais aprofundado de investigação ou numa aplicação prática.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

During the classes, students will obtain the basic knowledge that will deepen performing homework and preparing mini tests along the academic period. In this work they will have regular supervision of the teacher. The work in the project is aimed to applying the knowledge obtained by the students to the research work or to applications.

3.3.9. Bibliografia principal:

- *E. Artin, Galois Theory. Dover Publications. 1998.*
- *F. Borceux, G. Janelidze, Galois Theories, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 72, Cambridge University Press, 2001.*
- *S. Lang, Algebra, Springer-Verlag, New York, 2002.*
- *S. MacLane, Categories for the working mathematician, Springer-Verlag, New York, ix+262 pages, graduate Texts in Mathematics, Vol. 5, 1971.*
- *I. Stewart, Galois Theory. Chapman and Hall, 1989.*

Mapa IV - Classes de Operadores / Classes of Operators

3.3.1. Unidade curricular:

Classes de Operadores / Classes of Operators

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Luís Filipe Pinheiro de Castro TP/OT: 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Os estudantes deverão ser capazes de:

- *identificar diferentes classes de operadores;*
- *estudar a propriedade de Fredholm e de invertibilidade para diversos tipos de operadores;*
- *relacionar entre si diferentes classes de operadores;*
- *fatorizar operadores;*
- *construir regularizadores para diferentes classes de operadores.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

In the end of the course the students should be able to:

- *identify different classes of operators; ;*
- *study the Fredholm property and invertibility of several types of operators;*
- *construct relations between different classes of operators;*
- *factorize operators;*
- *construct regularizators for different classes of operators.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Noções gerais sobre operadores lineares e não-lineares. Operadores de Wiener-Hopf, Hankel, Toeplitz, integrais singulares e pseudo-diferenciais. Métodos para a caracterização de propriedades de regularidade destes operadores. Métodos de factorização de classes de operadores. Identificação de regularizadores para classes de operadores. Representação de inversos (laterais, bilaterais e generalizados) de operadores.

3.3.5. Syllabus:

General notions about linear and non-linear operators. Wiener-Hopf, Hankel, Toeplitz, singular integral and pseudo-differential operators. Methods for the characterization of the regularity properties of these operators. Factorization methods for classes of operators. Regularizers identification for classes of operators. Representation of (lateral, bilateral and generalized) inverses of operators.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Começando por considerar noções globais e propriedades dos operadores lineares e não lineares é a mais natural base para se iniciar o estudo de classes particulares de operadores. Posteriormente, tais propriedades são

consideradas para operadores do tipo de Wiener-Hopf, Hankel, Toeplitz, integrais singulares e pseudodiferenciais. A consideração de métodos para determinar as propriedades de regularidade destes operadores é um instrumento consequente de modo a se obter tais propriedades (onde se podem também incluir técnicas de factorização e a construção de regularizadores).

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Starting by considering general notions and properties of linear and non-linear operators is the most natural basis to start considering particular classes of operators. Then, such properties will be considered for the Wiener-Hopf, Hankel, Toeplitz, singular integral and pseudo-differential operators. The consideration of methods for determining the regularity properties of these operators is a consequent instrument for obtaining such properties (where we may also include the factorization techniques and construction of regularizers).

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Sessões de orientação tutorial de duas horas por semana, onde o estudante expõe a matéria ou as dúvidas sobre a matéria que estudou e o professor as esclarece e indica mais matéria para estudo. A avaliação é feita através da apreciação de uma seleção dos trabalhos apresentados pelos estudantes ao longo do semestre.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Sessions of tutorial orientation of two hours per week, where the student presents what he has been studying or asks for clarification about points which were not clear to him and the teacher clarifies those points and assigns subject matter for further study. The assessment is accomplished by the appreciation of a selection of the assigned works presented by the students along the semester.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Prevendo-se a frequência desta unidade curricular por um número reduzido de estudantes, a metodologia proposta é exequível e é porventura a mais eficaz a este nível, onde se pretende, para além da aquisição de conhecimentos, que o estudante vá ganhando a independência de estudo necessária a poder abalançar-se a fazer investigação original na área escolhida. A transferência gradual (e supervisionada) para o estudante da responsabilidade por preparar a matéria a expor permite alcançar esse efeito desejável.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Forecasting the attendance of this curricular unit by a reduced number of students, the proposed methodology can be implemented and is possibly the best one at this level, where one pretends, besides the knowledge acquired, that the student earns an independence of study which is necessary in order to perform original research in the chosen area. The gradual (and supervised) transference to the student of the responsibility for preparing the subject matters to be discussed allows reaching such a desired outcome.

3.3.9. Bibliografia principal:

- A. Böttcher, Yu. I. Karlovich. Carleson Curves, Muckenhoupt Weights and Toeplitz Operators, Birkhäuser, 1997.*
- Böttcher, Albrecht; Karlovich, Yu I.; Spitkovsky, I.M., Convolution Operators and Factorization of Almost Periodic Matrix Functions, Operator Theory: Advances and Applications 131. Basel: Birkhäuser, 2002.*
- A. Böttcher, B. Silbermann. Analysis of Toeplitz Operators, Springer-Verlag, 1989.*
- I. Gohberg, N. Krupnik. One Dimensional Linear Singular Integral Operators, Birkhäuser, 1992.*
- Gohberg, Israel; Goldberg, Seymour; Kaashoek, Marinus A., Basic classes of linear operators, Basel: Birkhäuser, 2003.*
- Gohberg, Israel; Goldberg, Seymour; Kaashoek, Marinus A., Classes of Linear Operators. Vol. I., Operator Theory: Advances and Applications 49. Basel: Birkhäuser Verlag, 1990.*
- Gohberg, Israel; Goldberg, Seymour; Kaashoek, Marinus A., Classes of Linear Operators, Vol. II., Operator Theory: Advances and Applications 63. Basel: Birkhäuser Verlag, 1993.*

Mapa IV - Equações Integrais e suas Generalizações / Integral Equations and their Generalizations

3.3.1. Unidade curricular:

Equações Integrais e suas Generalizações / Integral Equations and their Generalizations

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Luís Filipe Pinheiro de Castro TP/OT: 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Os estudantes deverão ser capazes de:

- *identificar diferentes tipos de equações integrais;*
- *obter soluções de diferentes tipos de equações integrais;*
- *aplicar diferentes técnicas a diversas classes de equações integrais;*
- *usar equações integrais em problemas aplicados (e, especificamente, em problemas de difração de ondas).*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

In the end of the course the students should be able to:

- *identify different types of integral equations; ;*
- *solve several types of integral equation;*
- *apply different techniques to different types of integral equations;*
- *use integral equation is applied problems (and specifically in wave diffraction problems).*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Equações integrais lineares e não lineares. Equações integrais de Fredholm, de Volterra, singulares, do tipo de convolução, com desvio, de Hammerstein. Equações integro-diferenciais. Teoria do ponto fixo para equações integrais. Métodos variacionais em equações integrais. Equações integrais abstratas. Uso de equações integrais na modelação de problemas de difração de ondas.

3.3.5. Syllabus:

Linear and non-linear integral equations. Integral equations of Fredholm, Volterra, singular, convolution type, with shift and of Hammerstein. Integro-differential equations. Fixed point Theory for integral equations. Variational methods for integral equations. Abstract integral equations. Use of integral equations in wave diffraction problems modelling.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Começando por considerar noções gerais e propriedades de equações integrais lineares e não lineares é a mais natural base para se partir para o estudo de classes particulares de equações integrais. Então, tais propriedades vão ser estudadas para equações integrais do tipo de Fredholm, Volterra, singular, convolução, com deslocamento e de Hammerstein. Posteriormente a tal conhecimento mais abstrato e teórico estar apreendido pelos estudantes, é planeada a sua aplicação à modelação de problemas aplicados.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Starting by considering general notions and properties of linear and non-linear integral equations is the most natural basis to start considering particular classes of integral equations. Then, such properties will be considered for the Fredholm, Volterra, singular, convolution type, with shift and Hammerstein integral equations. After this more abstract and theoretical knowledge be known by the students, it is planned to apply it to the modelling of applied problems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Sessões de orientação tutorial de duas horas por semana, onde o estudante expõe a matéria ou as dúvidas sobre a matéria que estudou e o professor as esclarece e indica mais matéria para estudo. A avaliação é feita através da apreciação de uma seleção dos trabalhos apresentados pelos estudantes ao longo do semestre.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Sessions of tutorial orientation of two hours per week, where the student presents what he has been studying or asks for clarification about points which were not clear to him and the teacher clarifies those points and assigns subject matter for further study. The assessment is accomplished by the appreciation of a selection of the assigned works presented by the students along the semester.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Prevendo-se a frequência desta unidade curricular por um número reduzido de estudantes, a metodologia proposta é exequível e é porventura a mais eficaz a este nível, onde se pretende, para além da aquisição de conhecimentos, que o estudante vá ganhando a independência de estudo necessária a poder abalançar-se a fazer investigação original na área escolhida. A transferência gradual (e supervisionada) para o estudante da responsabilidade por preparar a matéria a expor permite alcançar esse efeito desejável.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Forecasting the attendance of this curricular unit by a reduced number of students, the proposed methodology can

be implemented and is possibly the best one at this level, where one pretends, besides the knowledge acquired, that the student earns an independence of study which is necessary in order to perform original research in the chosen area. The gradual (and supervised) transference to the student of the responsibility for preparing the subject matters to be discussed allows reaching such a desired outcome.

3.3.9. Bibliografia principal:

- Corduneanu, C., Integral Equations and Applications, Cambridge: Cambridge University Press, 2008.*
- *Kanwal, Ram P., Linear Integral Equations. Theory and Technique, Modern Birkhäuser Classics. New York, NY: Birkhäuser, 2013.*
 - *Kress, Rainer, Linear Integral Equations. 3rd ed., Applied Mathematical Sciences 82. New York, NY: Springer, 2014.*
 - *Hsiao, George C.; Wendland, Wolfgang L., Boundary Integral Equations, Applied Mathematical Sciences 164. Berlin: Springer, 2008.*
 - *Mandal, B. N.; Chakrabarti, A., Applied Singular Integral Equations, Enfield, NH: Science Publishers; Boca Raton, FL: CRC Press, 2011.*
 - *Polyanin, Andrei D.; Manzhirov, Alexander V., Handbook of Integral Equations. 2nd ed., Boca Raton, FL: CRC Press, 2008.*
 - *Zemyan, Stephen M., The Classical Theory of Integral Equations. A Concise Treatment. Basel: Birkhäuser, 2012.*
 - *Wazwaz, Abdul-Majid, Linear and Nonlinear Integral Equations. Methods and Applications, Berlin: Springer; Beijing: Higher Education Press, 2011.*

Mapa IV - Métodos da Teoria de Operadores em Problemas de Valores de Fronteira/Methods of the Theory of Opera

3.3.1. Unidade curricular:

Métodos da Teoria de Operadores em Problemas de Valores de Fronteira/Methods of the Theory of Opera

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Luís Filipe Pinheiro de Castro TP/OT: 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Os estudantes deverão ser capazes de:

- *identificar diferentes tipos de problemas de valores de fronteira;*
- *obter soluções de diferentes tipos de problemas de valores de fronteira por uso da teoria de operadores;*
- *aplicar diferentes técnicas a diversas classes de problemas de valores de fronteira;*
- *usar problemas de valores de fronteira em problemas aplicados (e, especificamente, em problemas de difração de ondas).*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

In the end of the course the students should be able to:

- *identify different types of boundary value problems;*
- *solve several types of boundary value problems by using operator theory;*
- *apply different techniques to different types of boundary value problems;*
- *use boundary value problems in applied problems (and, specifically, in wave diffraction problems).*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Problemas de valores de fronteira abstratos, coercividade, fórmulas de Green para vários problemas de valores de fronteira (em espaços do tipo de Sobolev), representação de soluções por potenciais de camada, traços de potenciais generalizados, formulação da solução fraca, métodos variacionais, caracterização dos espaços de solução. Aplicação a problemas de difração de ondas em meios homogéneos e isotrópicos; princípio de localização; inversão generalizada; singularidades e análise assintótica; normalização.

3.3.5. Syllabus:

Abstract boundary value problems, coercivity, Green formulas for various boundary value problems (in Sobolev type spaces), solutions representation by using layer potentials, generalized potentials traces, weak solution formulation, variational methods, characterization of the solution spaces. Application to wave diffraction problems in homogeneous and isotropic; localization principle; generalized inversion; singularities and asymptotic analysis; normalization.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Começando por considerar problemas de valores de fronteira gerais e abstratos é uma boa maneira para formalizar técnicas gerais de teoria de operadores que podem ser aplicadas na resolução de tais problemas. Então, tais técnicas vão ser consideradas em classes específicas de problemas de valores de fronteira. Posteriormente a tal conhecimento mais abstrato e teórico estar apreendido pelos estudantes, é planeada a sua aplicação à modelação de problemas aplicados.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Starting by considering general and abstract boundary value problems is a good way to formalize general techniques of operator theory that can be applied to solve such problems. Then, techniques will be considered for specific classes of boundary value problems. After this more abstract and theoretical knowledge be known by the students, it is planned to apply it to the modelling of applied problems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Sessões de orientação tutorial de duas horas por semana, onde o estudante expõe a matéria ou as dúvidas sobre a matéria que estudou e o professor as esclarece e indica mais matéria para estudo. A avaliação é feita através da apreciação de uma seleção dos trabalhos apresentados pelos estudantes ao longo do semestre.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Sessions of tutorial orientation of two hours per week, where the student presents what he has been studying or asks for clarification about points which were not clear to him and the teacher clarifies those points and assigns subject matter for further study. The assessment is accomplished by the appreciation of a selection of the assigned works presented by the students along the semester.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Prevendo-se a frequência desta unidade curricular por um número reduzido de estudantes, a metodologia proposta é exequível e é porventura a mais eficaz a este nível, onde se pretende, para além da aquisição de conhecimentos, que o estudante vá ganhando a independência de estudo necessária a poder abalançar-se a fazer investigação original na área escolhida. A transferência gradual (e supervisionada) para o estudante da responsabilidade por preparar a matéria a expor permite alcançar esse efeito desejável.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Forecasting the attendance of this curricular unit by a reduced number of students, the proposed methodology can be implemented and is possibly the best one at this level, where one pretends, besides the knowledge acquired, that the student earns an independence of study which is necessary in order to perform original research in the chosen area. The gradual (and supervised) transference to the student of the responsibility for preparing the subject matters to be discussed allows reaching such a desired outcome.

3.3.9. Bibliografia principal:

- Boichuk, A. A.; Samoilenko, A. M., Generalized Inverse Operators and Fredholm Boundary-Value Problems, Utrecht: VSP, 2004.*
- *Colton, D.L., Solution of Boundary Value Problems by the Method of Integral Operators, Research Notes in Mathematics 6. London: Pitman Publishing, 1976.*
 - *Èskin, G.I., Boundary Value Problems for Elliptic Pseudodifferential Equations, Translations of Mathematical Monographs, Vol. 52, AMS, 1981.*
 - *Hsiao, George C.; Wendland, Wolfgang L., Boundary Integral Equations, Applied Mathematical Sciences 164. Berlin: Springer, 2008.*
 - *Motreanu, Dumitru; Motreanu, Viorica Venera; Papageorgiou, Nikolaos, Topological and Variational Methods with Applications to Nonlinear Boundary Value Problems, New York, NY: Springer, 2014.*
 - *Stakgold, Ivar; Holst, Michael J., Green's Functions and Boundary Value Problems. 3rd ed., Pure and Applied Mathematics. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2011.*

Mapa IV - Análise de Clifford e Aplicações / Clifford Analysis and Applications

3.3.1. Unidade curricular:

Análise de Clifford e Aplicações / Clifford Analysis and Applications

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paula Cristina Supardo Machado Marques Cerejeiras, 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Uwe Kähler, 21h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

O objetivo desta UC é de familiarizar o estudante com a Análise de Clifford e suas aplicações em variados campos da Matemática.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The objective of the curricular unit is to familiarize the student with Clifford Analysis and its applications to other fields in Mathematics.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Realização da álgebra de endomorfismos como uma álgebra de Clifford com assinatura (n,n) ; construção do operador de Dirac; construção da Super-álgebra de Lie $osp(1|2)$; redução à álgebra de Heisenberg.

Formas diferenciais e fórmulas integrais; construção de funções monogénicas e harmónicas esféricas.

Sinais monogénicos: ligação entre as transformadas de Riesz e a transformada de Radon clássica; generalização para o caso da transformada circular de Radon e aplicação à deteção de curvature em imagens.

3.3.5. Syllabus:

Realization of algebra of endomorphisms as Clifford algebra with signature (n,n) ; construction of Dirac operator; construction of Super-Lie algebra $osp(1|2)$; reduction to the Heisenberg algebra.

Differential forms and integral formulae; construction of spherical harmonics and monogenics.

Monogenic signals: connection between Riesz transforms and classic Radon transform; generalization to the case of the circular Radon transform and application to curvature detection in images.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa foi concebido por forma a permitir uma contínua e gradual aquisição dos conceitos programáticos e objetivos da UC.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus was conceived in order to allow a continuous and gradual acquirement of the knowledge and objectives of the course.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*Lecionação de aulas teórico-práticas
realização de exame final escrito*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

*Theoretical-practical classes
Final written exam*

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Pretende-se estimular uma aquisição gradual dos conhecimentos teóricos e práticos, num ambiente pró-ativo de aprendizagem, com aplicações a outras áreas de conhecimento.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching approach aims to stimulate a gradual acquirement of the theoretical and practical concepts, in a pro-active learning setting via applications to other areas of knowledge.

3.3.9. Bibliografia principal:

[1] R. Delanghe, F. Sommen, V. Soucek, Clifford algebra and spinor-valued functions: a function theory for the Dirac operator, Springer, 1992

[2] K. Gürlebeck, W. Sproßig, Quaternionic and Clifford calculus for physicists and engineers, John Wiley & Sons Inc, 1997

[3] J. E. Gilbert, M. Murray, Clifford algebras and Dirac operators in harmonic analysis, Cambridge University Press, 1991

3.3.1. Unidade curricular:

Problemas Inversos / Inverse Problems

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paula Cristina Supardo Machado Marques Cerejeiras, 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Uwe Kähler 21h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

O objetivo desta unidade curricular é familiarizar o estudante com a teoria de problemas inversos, que permitam ao estudante usar conceitos e métodos deste campo outras situações. Principal ênfase é dado à capacidade, por parte do estudante, em ligar conceitos abstratos de diferentes áreas de Matemática e a habilidade em aplicá-los em novas situações.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The objective of the curricular unit is to familiarize the student with inverse problem which will allow him to apply ideas and methods of this field to everyday situations. Particular attention is paid to the capacity of the student to combine abstract concepts in different areas of Mathematics and to apply them in new situations.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Nesta UC discutiremos

- o conceito de problemas bem- e mal-postos e respectiva formulação variacional;
- métodos de regularização
- transformadas de Radon-Funk e geometria integral em espaços simétricos;
- estudo de métodos numéricos baseados em “frames” com ou sem adaptatividade, e aplicações à geometria integral.

3.3.5. Syllabus:

In this course we discuss

- concept of well- and ill-posed problems, linear and non- linear regularization methods and corresponding variational formulations;
- Regularization methods
- Radon-Funk transforms and integral geometry on symmetric spaces;
- study of numerical methods based on frames with and without adaptivity and their applications to integral geometry.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa foi concebido por forma a permitir uma contínua e gradual aquisição dos conceitos programáticos e objetivos da UC.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus was conceived in order to allow a continuous and gradual acquirement of the knowledge and objectives of the course.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*Lecionação de aulas teórico-práticas
50% exame oral / 50% exame escrito*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

*Theoretical-practical classes
50% oral examination / 50% written exam*

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de aprendizagem destina-se a permitir e estimular uma aquisição gradual dos conhecimentos teóricos e práticos, num ambiente pró-activo de aprendizagem. Adicionalmente, a apresentação de exemplos e exercícios práticos destina-se a estimular o interesse dos estudantes nos conteúdos da UC, e suas aplicações a outras áreas de conhecimento.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching approach aims to build and stimulate a gradual acquirement of the theoretical and practical concepts, in a pro-active learning setting. Moreover, the presentation of examples and practical exercises aims to stimulate the interest of the students for the contents of the course and its applications to other areas of knowledge.

3.3.9. Bibliografia principal:

- [1] C. W. Groetsch, *Inverse Problems in Mathematical Sciences*, Vieweg, 1993
- [2] A. Kirsch, *An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems*, Springer, 2011
- [3] E. Herrholz, G. Teschke, (2010). *Compressive sensing principles and iterative sparse recovery for inverse and ill-posed problems*. *Inverse Problems*, 26, 125012–125036.
- [4] V. Palamodov, *Reconstructive Integral Geometry*, Monographs in Mathematics, Springer Basel, 2004.
- [5] S. Helgason, *Geometric analysis on symmetric spaces*. AMS, 2008 (2nd Edition)

Mapa IV - Frames e Representações Esparsas de Sinais / Frames and Sparse Representations of Signal**3.3.1. Unidade curricular:**

Frames e Representações Esparsas de Sinais / Frames and Sparse Representations of Signal

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Uwe Kähler 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paula Cristina Supardo Machado Marques Cerejeiras 21h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

O objetivo deste unidade curricular é familiarizar o estudante com o conceito de frames, a teoria de aproximação com frames e as suas aplicações na representação esparsa de sinais

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The objective of the curricular unit is to familiarize the student with the concept of frames, the approximation theory of frames and its applications in sparse representation of signals

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Teoria básica de frames (definições, relações com bases de Riesz, propriedades do operador do frame), frames contínuas e discretas, estudo de teoria de Feichtinger/Gröchenig, frames de Gabor e de wavelets, dicionários de frames, aplicações na representação esparsa de sinais: formulações esparsas que promovem esparsidade, aproximação de melhor N termos, teoremas de tipo Jackson e Bernstein, métodos construtivos para a aproximação

3.3.5. Syllabus:

Basic theory of frames (definition, its relation with Riesz basis, properties of the frame operator), discrete and continuous frames, study of Feichtinger/Gröchenig theory, Gabor and wavelets frames, frame dictionaries, Applications to sparse signal representation (variational formulations which promote sparsity, best N-term approximation, Jackson- and Bernstein-type theorems and constructive methods for approximation).

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A estruturação dos conteúdos foi realizada considerando a adequação dos mesmos aos objetivos da unidade curricular, tendo em vista a necessidade de facultar aos estudantes uma visão contemporânea sobre a Matemática e as diversas aplicações.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The content was chosen taking into account their appropriateness for the objectives of the course, considering the need to provide the students with a contemporary vision of algebra and its diverse applications.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*Aulas teórico-práticas e apoio tutorial.
Exame final.*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The course is a one semester course, with lectures of of theoretical-practical nature. Tutorial support is provided.

Final Exam.**3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:**

O ensino recorre a uma metodologia que engloba uma vertente de exposição dos conteúdos teóricos, complementados com exercícios de aplicação da teoria aprendida a exemplos específicos.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodology encompasses the display of the theoretical contents, supplemented by exercises where the acquired knowledge can be applied to specific examples.

3.3.9. Bibliografia principal:

O. Christensen, An Introduction to Frames and Riesz Bases, Birkhäuser, 2007

Karlheinz Gröchenig, Foundations of time-frequency analysis, Birkhäuser, 2001

M. Fornasier, Theoretical Foundations and Numerical Methods for Sparse Recovery, de Gruyter, 2010

Mapa IV - Análise Harmónica em Espaço de Fase / Harmonic Analysis in Phase-space**3.3.1. Unidade curricular:**

Análise Harmónica em Espaço de Fase / Harmonic Analysis in Phase-space

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Uwe Kähler, 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paula Cristina Supardo Machado Marques Cerejeiras, 21h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

O objetivo desta unidade curricular é familiarizar o estudante com a teoria de representações do grupo de Heisenberg, suas ligações à teoria de análise em tempo-frequência e a teoria de operadores pseudo-diferenciais. Suas aplicações no processamento do sinal.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The objective of the curricular unit is to familiarize the student with the representation theory of the Heisenberg group, its connections with Time-frequency analysis and the theory of pseudo-differential operators and its applications in signal processing.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Álgebra de Heisenberg e espaço de fase: operadores de criação e aniquilamento, representação de Schrödinger, Cálculo de Weyl e Álgebra de Weyl, operadores de posição e de momento, representação de Bargmann-Fock e espaço de Fock, relação com cálculo Umbral, Análise em Tempo-Frequência e operadores pseudo-diferenciais, aplicações de Transformada de Fourier com janela para obter informação em tempo - frequência de secções locais de sinais dados.

3.3.5. Syllabus:

The Heisenberg algebra and the phase space; raising and lowering operators; Schroedinger representation. Weyl Calculus and Weyl algebra; position and momentum operators; Fock space representation; relation with Umbral calculus. Time-frequency analysis and pseudo-differential operators.

Short-time Fourier transform for recovering frequency and phase information of local sections of given signals

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A estruturação dos conteúdos teve em mente a adequação dos mesmos aos objetivos da unidade curricular, tendo em vista a necessidade de facultar aos estudantes uma visão contemporânea sobre a Matemática e suas diversas aplicações.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The content was chosen taking into account their appropriateness for the objectives of the course, considering the need to provide the students with a contemporary vision of algebra and its diverse applications.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*Aulas teórico-práticas e apoio tutorial.
Exame final.*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

*The course is a one semester course, with lectures of of theoretical-practical nature. Tutorial support is provided.
Final Exam.*

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O ensino recorre a uma metodologia que engloba uma vertente de exposição dos conteúdos teóricos, complementados com exercícios de aplicação da teoria aprendida a exemplos específicos.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodology encompasses the display of theoretical contents, supplemented by exercises where the acquired knowledge can be applied to specific examples.

3.3.9. Bibliografia principal:

*G.B. Folland, Harmonic analysis on phase space, Princeton University Press, 1989
S. Roman, Umbral calculus, Academic Press, 1984
M. Taylor, Noncommutative Harmonic Analysis, AMS, 1986
A. Perelomov, Generalized Coherent States and Their Applications, Springer, 1984
V. Fischer, M. Ruzhansky, A pseudo-differential calculus on the Heisenberg group, Birkhäuser, 2014*

Mapa IV - Tópicos de Análise Harmónica / Topics of Harmonic Analysis**3.3.1. Unidade curricular:**

Tópicos de Análise Harmónica / Topics of Harmonic Analysis

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

José Alexandre Rocha Almeida 42 horas

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

not applicable

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final do curso os alunos deverão ser capazes de:

- *Conhecer o integral de Lebesgue e utilizar as suas principais propriedades;*
- *Operar com distribuições;*
- *Provar desigualdades para os operadores clássicos no âmbito de espaços de Lebesgue e Sobolev.*
- *Lidar com o produto de convolução e com aproximações à identidade.*
- *Conhecer as propriedades básicas da transformada de Fourier e séries de Fourier;*
- *Estudar o operador maximal de Hardy-Littlewood em espaços de Lebesgue.*
- *Conhecer alguns operadores clássicos (operadores máximos, operadores integrais fracionários e operadores singulares) actuando sobre os espaços de Lebesgue.*
- *Provar alguns mergulhos de Sobolev.*
- *Usar ferramentas básicas interpolação para provar algumas desigualdades.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

In the end of the course the students should be able to:

- *know the Lebesgue integral and use its main properties;*
- *operate with distributions;*
- *prove norm inequalities for classical operators within the framework of Lebesgue and Sobolev spaces.*
- *deal with the convolution product and with approximations to the identity.*
- *Known the basic properties of the Fourier transform and Fourier series);*
- *study the Hardy-Littlewood maximal operator on Lebesgue spaces.*
- *know how some classical operators (such as, maximal operators, fractional integral operators and singular operators) act on the Lebesgue spaces.*
- *Prove some Sobolev embeddings.*
- *Use basic interpolation tools to prove some norm inequalities.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Preliminares (medida e integral de Lebesgue, espaços funcionais de Lebesgue, distribuições). Sobolev spaces. Aproximações da identidade (via convolução). Transformada de Fourier. Séries de Fourier. Operadores maximais (de Hardy-Littlewood e do tipo fracionário). Operadores integrais fracionários. Teorema de Hardy-Littlewood-Sobolev. Operadores singulares. Noções básicas de interpolação.

3.3.5. Syllabus:

Preliminaries (Lebesgue measure and Lebesgue integral, Lebesgue spaces, distributions). Approximations to the identity (via convolution). Fourier transform. Fourier series. Maximal operators. Fractional integral operators. Hardy-Littlewood-Sobolev Theorem. Singular operators. Basics on interpolation theory.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A estruturação dos conteúdos teve em mente a adequação dos mesmos aos objetivos da unidade curricular, tendo em vista a necessidade de facultar aos estudantes uma visão contemporânea sobre a Matemática e suas diversas aplicações.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The content was chosen taking into account their appropriateness for the objectives of the course, considering the need to provide the students with a contemporary vision of Mathematics and its diverse applications.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*Aulas teórico-práticas e apoio tutorial.
Exame final.*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The course is a one semester course, with lectures of of theoretical-practical nature. Tutorial support is provided. Final Exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Dado o nível avançado dos tópicos que compõem a uc, a exposição das matérias é fundamental para a sua compreensão e para estabelecer ligações dos tópicos da uc com outras áreas da matemática e das suas aplicações. Embora se espere o trabalho autónomo dos estudantes, a resolução de alguns problemas durante as aulas constituirá um auxílio importante à adequada compreensão das matérias.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Given the advanced level of topics that make up the curricular unit, presentation of the subjects in study is critical to its understanding and to establish connections between topics of the curricular unit and other areas of mathematics and its applications. While it is hoped the independent work of students, solving some problems during classes constitute an important aid to the proper understanding of the subjects in study.

3.3.9. Bibliografia principal:

- K. Smith, *Primer of Modern Analysis*, Springer, NY, 1983.
- J. Duoandikoetxea, *Fourier Analysis*, Graduate Studies in Mathematics (vol. 29), AMS, 2001.
- E. Stein, G. Weiss, *Introduction to Fourier Analysis on Euclidean Spaces*, Princeton Univ. Press, 1971.
- E. Stein, *Singular Integrals and differentiability properties of functions*, Princeton Univ. Press, 1971.
- E. Stein, *harmonic Analysis: real variable methods, orthogonality and oscillatory integrals*, Princeton Univ. Press, 1993.
- D. Haroske, H. Triebel, *Distributions, Sobolev Spaces and Elliptic Equations*, EMS, 2008.

Mapa IV - Teoria dos Espaços de Funções / Theory of Function Spaces**3.3.1. Unidade curricular:**

Teoria dos Espaços de Funções / Theory of Function Spaces

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

António Manuel Rosa Pereira Caetano, 42 horas

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
Obter capacidade para iniciar investigação original na área dos Espaços de Funções, não só ao nível dos conhecimentos adquiridos, mas também ao nível do espírito crítico e da capacidade de análise, o que em si é também uma contribuição relevante para os objetivos do CE.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
Obtain ability to start original research in the area of Function Spaces, not only at the level of the knowledge acquired, but also at the level of critical and analytical reasoning, which by itself is also a relevant contribution to the objectives of the Cycle of Studies.

3.3.5. Conteúdos programáticos:
São apresentados vários tópicos essenciais dentro da teoria dos espaços de funções do tipo Besov e Triebel-Lizorkin, tanto num contexto mais clássico (abordagem por análise de Fourier), como num mais alargado (caracterização via átomos, moléculas e wavelets; extensão a domínios fractais). São discutidas propriedades relevantes para o seu uso no contexto de operadores vários e da chamada análise fractal.

3.3.5. Syllabus:
Several essential topics in the theory of function spaces of Besov and Triebel-Lizorkin type, both in a more classic context (Fourier analysis approach) and in a broaden one (characterization via atoms, molecules and wavelets; extension to fractal domains) are presented. Relevant properties for their use in the context of various operators and of the so-called fractal analysis are discussed.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa cobre tanto uma parte mais clássica da Teoria dos Espaços de Funções do tipo indicado, essencial para se conseguir trabalhar nessa área, como uma parte mais na fronteira do conhecimento de modo a permitir a exploração que poderá levar à obtenção de contribuições originais nessa área no caso dos estudantes que decidam enveredar por ela.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The syllabus starts by covering a more classical part of the Theory of Function Spaces of the pointed type, essential in order one is able to work in this area, and a part more in the frontier of the knowledge in order to allow the exploration which can lead to original contributions in this area in the case of the students who decide to embrace it.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):
Sessões de orientação tutorial de duas a três horas por semana, onde o estudante expõe a matéria ou as dúvidas sobre a matéria que estudou e o professor as esclarece e indica mais matéria para estudo. A avaliação é feita através da apreciação de uma seleção dos trabalhos apresentados pelo(s) estudante(s) ao longo do semestre.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):
Sessions of tutorial orientation of two to three hours per week, where the student presents what he has been studying or asks for clarification about points which were not clear to him and the teacher clarifies those points and assigns subject matter for further study. The assessment is accomplished by the appreciation of a selection of the assigned works presented by the student(s) along the semester.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Prevendo-se a frequência desta unidade curricular por um número muito reduzido (eventualmente apenas um) de estudantes, a metodologia proposta é exequível e é porventura a mais eficaz a este nível, onde se pretende, para além da aquisição de conhecimentos, que o estudante vá ganhando a independência de estudo necessária a poder abalançar-se a fazer investigação original na área escolhida. A transferência gradual (e supervisionada) para o estudante da responsabilidade por preparar a matéria a expor permite alcançar esse efeito desejável.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
Forecasting the attendance of this curricular unit by a very reduced number (possibly just one) of students, the proposed methodology can be implemented and is possibly the best one at this level, where one pretends, besides the knowledge acquired, that the student earns an independence of study which is necessary in order to perform original research in the chosen area. The gradual (and supervised) transference to the student of the responsibility for preparing the subject matters to be discussed allows reaching such a desired outcome.

3.3.9. Bibliografia principal:

1. António Caetano, *Notas manuscritas não publicadas*.
2. H. Triebel, *Theory of Function Spaces*, Birkhauser, 1983.
3. H. Triebel, *Theory of Function Spaces II*, Birkhauser, 1992.
4. H. Triebel, *Fractals and Spectra*, Birkhauser, 1997.
5. H. Triebel, *Theory of Function Spaces III*, Birkhauser, 2006.
6. L.I. Hedberg, Y. Netrusov, *An axiomatic approach to function spaces, spectral synthesis, and Luzin approximation*, *Memoirs*, AMS, 2007.
7. W. Yuan, W. Sickel, D. Yang, Morrey and Campanato Meet Besov, Lizorkin and Triebel, *LNM*, Springer, 2010.
8. Y. Liang, Y. Sawano, T. Ullrich, D. Yang, W. Yuan, *A new framework for generalized Besov-type and Triebel-Lizorkin-type spaces*, preprint of 2012 (revised in 2014: <http://arxiv.org/abs/1205.2963v2>).

Mapa IV - Métodos de Riemann-Hilbert para Polinómios Ortogonais / Riemann-Hilbert method OrthogonalPolynomials**3.3.1. Unidade curricular:**

Métodos de Riemann-Hilbert para Polinómios Ortogonais / Riemann-Hilbert method OrthogonalPolynomials

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Ana Pilar Foulquié Moreno, 42h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Nesta UC pretende-se abordar diferentes tópicos no contexto da Análise Complexa, em particular a Teoria de Polinómios Ortogonais, de Problemas de Valores de Fronteira e de Funções Especiais. A caracterização de Polinómios Ortogonais através de um problema matricial de Riemann-Hilbert permite obter resultados assintótico para famílias de polinómios ortogonais. O principal objetivo é que o estudante tome conhecimento das principais técnicas desta abordagem na teoria dos polinómios ortogonais, que lhe permita a resolução de novos problemas nesta área.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

This discipline deals with different areas of mathematical knowledge in the context of complex analysis, particularly the theory of Orthogonal Polynomials, Boundary Value Problems and Special Functions. The characterization of the Orthogonal Polynomials through a matrix Riemann-Hilbert problem allows to obtain asymptotic results for families of orthogonal polynomials. Our main objective is that the student learns the main outlines of this technique that will give to him the possibility to solve new problems in future in this area.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

*Teoria Geral de Polinómios Ortogonais numa variável.
Problemas de Valores de fronteira
Problema de Riemann Hilbert nos polinómios ortogonais no intervalo $[-1,1]$
Método do gradiente não linear
Construção de parametrizes externa e interna.
Obtenção de resultados assintóticos para polinómios ortogonais no intervalo $[-1,1]$.*

3.3.5. Syllabus:

*Elements of the General Theory of Orthogonal Polynomials
Boundary Value Problems in the Theory of Analytic Functions
Riemann-Hilbert Method for Orthogonal Polynomials on $[-1,1]$
Non-Linear Steepest Descent Method
Outer and Local Parametrix
Asymptotic results for Orthogonal Polynomials on $[-1,1]$.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

*Pretendemos apresentar uma primeira abordagem destes tópicos, que normalmente não são tratados no curso de matemática, para que o estudante consiga entender e aprofundar esta abordagem na teoria dos polinómios ortogonais que lhe permita a resolução de novos problemas nesta área.
Para conseguir estes objetivos pretendemos estudar os principais resultados relativos a estas áreas, o que constituirá uma oportunidade para o estudante de se familiarizar com uma vasta bibliografia para o apoio de*

futuros desenvolvimentos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

We want to give a first approach to these topics, which are not normally covered in the course of mathematics, so that students can understand and apply this approach in the theory of orthogonal polynomials to new problems in this area.

To achieve these goals we intend to study main results concerning the afore mentioned areas, while giving the student the opportunity to get acquainted with an extensive bibliography to support future development.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Faremos exposições teóricas dos principais tópicos da matéria. O estudante terá de apresentar estudos teóricos relativos a resultados teóricos importantes para o aprofundamento da teoria assim como a resolução prática de exercícios de aplicação das técnicas explicadas.

O estudante apresentará um relatório escrito com estas contribuições (60%) e fará uma defesa oral destes tópicos (40%).

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

We will do theoretical explanations of the main topics of the subject. The student must present theoretical studies of important theoretical results for the deepening of the theory as well as practical problem solving applying the techniques explained.

The student will submit a written report of these contributions (60%), and make an oral defense of these contributions (40%).

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Pretendemos fomentar o estudo autónomo do estudante, assim como o orientar na principal bibliografia básica do tema pelo que achamos fundamental o aprofundamento dos tópicos através da leitura, escrita do relatório e finalmente a sua apresentação oral.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

We intend to foster student self-study, as well as guidance on the main basic bibliography of the subject we find fundamental deepening of topics through reading, writing report and ultimately their oral presentation.

3.3.9. Bibliografia principal:

P. Deift, Orthogonal Polynomials and Random Matrices: A Riemann-Hilbert Approach, Courant Lecture Notes 3, New York University, 1999.

A.B.J. Kuijlaars, Riemann-Hilbert Analysis for Orthogonal Polynomials}, in Orthogonal and Special Functions: Leuven 2002, E. Koelink and W. Van Assche eds., Lecture Notes in Mathematics 1817, Springer-Verlag, Berlin, 2003, pp.167-210.

A.B.J. Kuijlaars, K.T-R McLaughlin, W. Van Assche, e M. Vanlessen, The Riemann-Hilbert approach to strong asymptotics for orthogonal polynomials on $[-1,1]$, Adv. in Math., preprint math.CA/0111252.

M.A. Lavrentiev e B.V. Shabat,, Métodos de la teoría de las funciones de una variable compleja,, Editorial Mir, Moscou, 1991.

E.M. Nikishin e V.N. Sorokin, Rational, Approximations and Orthogonality, Translations of Mathematical Monographs, 92, AMS, Providence RI, 1991.

W. Van Assche, Asymptotics for Orthogonal Polynomials, Lecture Notes in Mathematics 1817, Springer, Berlin, 1987.

Mapa IV - Sistemas de Apoio à Decisão / Decision Support Systems

3.3.1. Unidade curricular:

Sistemas de Apoio à Decisão / Decision Support Systems

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Rui Jorge Ferreira Soares Borges Lopes, 42h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

not applicable

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

A unidade curricular tem por objetivo fornecer competências ao nível dos conceitos base de conceptualização e

desenvolvimento de sistemas de apoio à decisão, nomeadamente dos seus componentes de dados e modelos. Pretende-se igualmente que os estudantes adquiram competências ao nível do domínio dos conceitos e técnicas estudadas, sendo capazes de os aplicar a casos reais de tomada de decisão com capacidade crítica relativamente às suas condições de utilização e aos resultados obtidos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The curricular unit's main objective is to introduce the main concepts concerning designing and developing decision support systems, namely its main components: data and models.

Moreover, students are expected to gain knowledge on several methods, being able to analyze its applicability and results in real decision making scenarios.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Programa resumido:

1. Introdução aos Sistemas de Apoio à Decisão (SAD).

1.1. Evolução histórica.

1.2. Sistemas operacionais vs Sistemas analíticos.

1.3. Data Warehouse.

1.4. Arquitetura de um SAD.

1.5. Componentes de um SAD.

2. Algumas Metodologias de Apoio à Decisão.

2.1. Matriz e árvore de decisão.

2.2. Soft systems methodology.

3. Problemas de Optimização Combinatória.

3.1. Problemas de Optimização Combinatória (OC) e a Teoria da Complexidade.

3.2. O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e o Problema de Rotas de Veículos (PRV).

3.3. O Problema de Cortes e Empacotamentos (C&E).

3.4. Problema de Rotas e Empacotamento de Veículos (PREV).

4. Alguns Sistemas de Apoio à Decisão.

3.3.5. Syllabus:

Summarized program:

1. Introduction to Decision Support Systems (DSS)

1.1. Historical perspective

1.2. Operational systems vs. analytical systems

1.3. Data Warehouse

1.4. DSS architecture

1.5. DSS components

2. Some decision support methods

2.1. Decision analysis

2.2. Soft systems methodology

3. Combinatorial optimization

3.1. Introduction to combinatorial optimization

3.2. The Travelling Salesman Problem (TSP) and the Vehicle Routing Problem (VRP)

3.3. Cutting-Stock Problem

3.4. Vehicle Routing and Container Loading Problem

3.5. Location Analysis

4. Decision support tools

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Todo o conteúdo programático está orientado de modo a atingir os principais objetivos: fornecer competências ao nível dos conceitos base de conceptualização e desenvolvimento de sistemas de apoio à decisão, nomeadamente dos seus componentes de dados e modelos. Os modelos são abordados com maior relevância, por forma a fornecer ferramentas para apoiar a tomada de decisão de diferentes tipos de decisão.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus was designed having in mind the main objectives of the curricular unit: introduce the main concepts concerning the design and development of decision support systems, namely its main components data and

models. Special emphasis is given to models, in order to provide tools for supporting decision making in different types of problems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

No âmbito desta unidade curricular a exposição dos temas é feita com recurso a meios audio-visuais e utilização de software. Relativamente a cada um dos conteúdos, numa primeira fase é feita uma exposição teórica, recorrendo-se posteriormente à realização de exercícios práticos e/ou softwares (quando disponíveis).

A avaliação é do tipo discreta com três momentos de avaliação:

- *Dois trabalhos práticos a realizar ao longo do semestre - 60%*
- *Exame final - 40%*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

This curricular unit combines expositive lessons with exercises and/or software usage. Concerning each part of the program, firstly an introduction is made of the theoretical concepts, proceeding to solving exercises or employing software (when available).

Evaluation is of type discrete, with three evaluation moments:

- *Two works developed throughout the semester - 60%*
- *Final exam - 40%*

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias adotadas permitem numa primeira fase enquadrar os conteúdos lecionados de um ponto de vista teórico para posteriormente os aplicar em exercícios ou softwares. Desta forma pretende-se dotar os estudantes de conceitos essenciais para enquadrar os conteúdos e ferramentas utilizadas e perceberem quais as ferramentas mais apropriadas para usar no apoio a diferentes tipos de decisões. No caso dos softwares, dado o elevado número de ferramentas atualmente existentes no mercado, pretende-se também fornecer aos estudantes competências para usar estas ferramentas de forma conveniente, tendo capacidade crítica para perceber a sua aplicabilidade e validade dos resultados obtidos em casos reais de apoio à tomada de decisão.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The adopted methodology allows to, firstly, address the different subjects from a theoretical point of view, secondly, apply them in practical examples or using existing softwares. In this way students are expected to gain knowledge on how the different subjects and corresponding tools are more fitting to be used when supporting different types of decisions. Concerning softwares, given the currently available possibilities, it is expected that students are able to use these tools appropriately, having critical acumen to understand its applicability, and validity of obtained results in real decision making scenarios.

3.3.9. Bibliografia principal:

Hillier F., G. Lieberman, Introduction to Operations Research, 9th ed., McGraw-Hill (2009)

Goldbarg M., H. Luna, Otimização Combinatória e Programação Linear – modelos e algoritmos, 6ª tiragem, Editora Campus (2000)

Daskin M., Network and Discrete Location – Models, Algorithms and Applications, John Wiley & Sons (1995)

Clímaco J., C. Antunes, M.J. Alves, Programação Linear MultiObjectivo, Imprensa da Universidade de Coimbra (2003)

Goodwin P., G. Wright, Decision Analysis for Management Judgment, 4th ed., John Wiley & Sons (2009)

Shi Y., M. Zeleny, New Frontiers of Decision Making for the Information Technology Era, World Scientific (2000)

Marakas G.M., Decision Support Systems in the 21st Century, 2nd ed., Prentice Hall (2002)

Turban E., J. Aronson, Decision Support Systems and Intelligent Systems, 6th ed., Prentice Hall (2000)

Talbi E., Metaheuristics: From Design to Implementation, Wiley (2009)

Mapa IV - Teoria de Otimização / Optimisation Theory

3.3.1. Unidade curricular:

Teoria de Otimização / Optimisation Theory

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Tatiana Tchemisova Cordeiro 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se que o estudante adquira os conceitos básicos de programação não linear: elementos de análise convexa, condições de otimalidade de I e II ordem, métodos de optimização sem e com restrições. Além disso o estudante deverá ser capaz de modelar problemas reais na forma de problemas de optimização, de classificar os problemas não lineares e escolher os métodos adequados da sua resolução.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The student should acquire the concepts of non-linear optimization: elements of Convex Analysis, I and II order optimality condition, methods of unconstrained and constrained optimization. Moreover, he/she should be able to construct the mathematical models of real problems in the form of NLP problems, classify the non-linear problems and to select and use the most appropriated methods for their solution.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Conceitos básicos: Elementos de análise convexa: conjuntos convexos e funções convexas- definições, propriedades e exemplos. Classificação dos problemas: problemas sem e com restrições; problemas convexos e não convexos; problemas específicos. Casos específicos de restrições na forma de igualdade e desigualdade. Restrições infinitas. Optimização sem restrições: condições de optimalidade, noção do algoritmo de optimização e as propriedades de algoritmos. Métodos de optimização sem restrições com e sem cálculo de derivadas. Optimização com restrição: classificação dos problemas; condições de optimalidade de I e II ordem. Classificação dos métodos de optimização com restrições: métodos de Programação Linear e convexa, métodos de funções de barreira e de penalização, métodos do ponto interior, métodos baseados nos multiplicadores de Lagrange. Problemas com restrições lineares. Introdução à Data Mining: métodos de Optimização na resolução dos problemas de classificação e clasterização.

3.3.5. Syllabus:

Basic concepts: Elements of convex analysis, convex sets and convex functions, settings, properties and examples. Classification of problems: with and without constraints, convex and non convex problems, specific problems. Special cases of constraints in the form of equality and inequality, infinite constraints. Unconstrained optimization: optimality conditions, the notion of optimization algorithm and the properties of algorithms. Optimization methods without constraints and without calculus of derivatives. Constrained optimization: classification of problems, optimality conditions I and II order. Classification of optimization methods with constraints: methods of convex and linear programming, barrier functions and penalty interior point methods, methods based on Lagrange multipliers. Problems with linear constraints. Introduction to Data Mining: Optimization methods in solving the problems of classification and clustering.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os estudos serão divididos em 2 partes: teórica e prática. Numa parte teórica serão introduzidos os conceitos teóricos e estudados os métodos básicos de resolução de problemas não lineares. Numa parte prática os estudantes vão realizar com e sem apoio (mas com supervisão) de professor diferentes tarefas (resolução de problemas, modelação, realização de algoritmos e experiências numéricas) onde eles poderão aplicar os conhecimentos teóricos na prática.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The studies will be divided into two parts: theoretical and practical. In the theoretical part we will introduce the basic concepts and present the basic methods of solution of nonlinear problems. During the practical part, the students will fulfill different assignments with and without help of the teacher (in the second case the teacher will ensure a supervision)—problem's solving, modelling, implementation of the algorithms, numerical experiments, etc.—where the students will apply the knowledge obtained during the theoretical studies.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Cada aula consistirá de duas componentes: teórica e prática. Os estudantes irão ter trabalhos de casa individuais que vão defender. Durante o semestre, cada estudante terá de fazer pelo menos um projeto de investigação profunda de um problema dado de optimização, ou modelar um problema real, identificar as suas características, estudar as propriedades e elaborar um método da resolução. O modo de avaliação será contínuo vai ter pelo menos 5 momentos de avaliação (mini testes, trabalhos de casa, projetos e etc.)

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Each lesson will have two components: theoretical and practical. The students will have homework that they will have to defend. During semester each student will fulfill at least one project consisting in either deep theoretical research of a certain optimization problem, or in modelling of a real problem, identification of its characteristics, studying the properties and elaboration of a solution method. Evaluation will be continuous and consist in at least 5 components (mini test, homework, project, etc.)

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade

curricular:

Durante aulas, os estudantes irão obter os conhecimentos básicos que vão aprofundar realizando os trabalhos de casa e preparando mini testes ao longo do período letivo. Neste trabalho os estudantes vão ter o acompanhamento contínuo de parte do professor. O trabalho em projeto tem como objetivo aplicar todos os conhecimentos obtidos pelos estudantes num trabalho mais aprofundado de investigação ou numa aplicação prática.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

During classes, students will obtain the basic knowledge that will deepen performing homework and preparing mini tests along the academic period. In this work they will have regular supervision of the teacher. The work in the project is aimed to applying the knowledge obtained by the students to the research work or to applications.

3.3.9. Bibliografia principal:

1. Bazaraa, M.S., Sherali, H.D., Shetty C.M.(1993), *Nonliner Programming. Theory and Algorithms*. (2ª edição) John Wiley & Sons, Inc.
2. Boyd S. and Vandenberghe V. (2004), *Convex Optimization*, Cambridge University Press.
3. Rockafellar R.T., (1970), *Convex Analysis*, Prinseton University Press, Princeton,
4. Nash S.G., Sofer A. (1996), *Linear and Nonlinear Programming*, McGraw-Hill
5. Bertsekas D.P.(1975), *Nondifferential Optimization*, North Holland Publishing Company, Amsterdam

Mapa IV - Optimização e Desenho de Redes / Optimization and Network Design**3.3.1. Unidade curricular:**

Optimização e Desenho de Redes / Optimization and Network Design

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Cristina Saraiva Requejo Agra – 42h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

not applicable

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

*Reconhecer a existência de diversas topologias de rede, em particular as topologias em árvore e as topologias sobreviventes.
Saber desenvolver modelos para topologias em árvore, em particular os modelos de corte, de subcircuitos e de fluxos. Saber desenvolver modelos com topologias sobreviventes.
Saber aplicar técnicas de resolução de problemas de otimização, tais como relaxações, planos de corte e heurísticas.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

*Recognize the existence of various network topologies, especially tree topologies and survivable topologies. Develop models for tree topologies, especially the cut, subcircuit(or packing) and flow models. Know how to develop models for survivable topologies.
Know how to apply techniques for solving optimization problems, such as relaxations, cutting planes and heuristics.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Modelos e algoritmos usados na resolução de problemas de optimização (combinatória) que surgem no desenho de redes (telecomunicações, transportes, etc). Conceitos básicos: fluxos, cortes, caminhos, etc. Estudo de formulações. Técnicas de resolução: relaxações, planos de corte e heurísticas. Desenho de redes com bons níveis de serviço: disponibilidade (availability), confiança (reliability), capacidade de adaptação a distúrbios/falhas (survivability).

3.3.5. Syllabus:

Models and algorithms used to solve (combinatorial) optimization problems that appear in network (telecommunications, transport, etc) design problems. Basic concepts: flows, cuts, paths, etc. Discussion of formulations. Solution techniques: relaxations, cutting planes and heuristics. Network design with high level of service: availability, reliability, survivability.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos dotam os estudantes das ferramentas necessárias para atingir os objetivos da

unidade curricular.**3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:**

The syllabus aim is to endow the students with the necessary tools to achieve the objectives of the course.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição de conceitos, orientação tutorial e estudo acompanhado. Ao estudante é fornecida a bibliografia necessária para adquirir os conceitos essenciais e desenvolver as suas capacidades nos tópicos da UC. Os estudantes apresentam um trabalho final onde descrevem os conceitos adquiridos e este trabalho será avaliado.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Explanatory concepts, tutorials and supervised study. The student is provided the necessary references to acquire the concepts and develop their skills in the UC topics. Students present a final paper describing the acquired concepts and this work will be evaluated.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Num 3º ciclo de estudos os estudantes devem ser capazes de autonomamente adquirir conceitos e desenvolver capacidades, que neste caso é efetuado com o acompanhamento necessário para uma melhor aquisição de competências.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

On a 3rd cycle of studies students should be able to autonomously acquire concepts and develop skills, which in this case is made with the necessary monitoring to better skill acquisition.

3.3.9. Bibliografia principal:

Eva K. Lee and David P. Lewis, Integer Programming for Telecommunications, Handbook of Optimization in Telecommunications (Maurício G.C. Resende and Panos M. Pardalos, eds), Springer Science+Business Media, 2006.

T. Magnanti and L. Wolsey, Optimal trees, Network Models, Handbooks in Operations Research and Management Science, Vol. 7 (M.O. Ball, T.L. Magnanti, C.L. Monma, and G.L. Nemhauser, eds.), Elsevier Science Publishers, North-Holland, 1995.

G.L. Nemhauser and L.A. Wolsey, Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley & Sons, 1988.

Mapa IV - Equações Dinâmicas em Time Scales / Dynamic Equations on Time Scales**3.3.1. Unidade curricular:**

Equações Dinâmicas em Time Scales / Dynamic Equations on Time Scales

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Natália da Costa Martins 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Esta UC tem como objetivo introduzir os estudantes na área de equações dinâmicas em time scales (escalas temporais). Esta teoria foi introduzida em 1988 por S. Hilger (na sua tese de doutoramento) com o fim de unificar e generalizar sistemas dinâmicos contínuos (isto é, equações diferenciais) e sistemas dinâmicos discretos (ou seja, equações às diferenças). Outros tipos de equações incluídas nesta teoria são as equações quânticas. A ideia geral é a de estender as teorias clássicas para um subconjunto arbitrário não vazio e fechado de $\mathbb{R}$ (chamado de time scale). Isso permite provar de uma forma unificada resultados válidos para diferentes time scales.

Os conceitos básicos de derivada delta e delta integral serão definidos para formar equações dinâmicas em time scales. Também introduziremos os operadores nabla e mostraremos a relação entre estes operadores e os operadores delta. Como aplicação, iremos estudar o cálculo das variações em time scales.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

This course aims to introduce students to the area of dynamic equations on time scales. This theory was introduced in 1988 by S. Hilger (in his PhD thesis) in order to unify and generalize continuous dynamical systems (i.e. differential equations) and discrete dynamical systems (i.e. difference equations). Other kinds of equations

included in this theory is the q -difference equations. The general idea is to extend classical theories to an arbitrary non empty closed subset of $\mathbb{R}$ (called a time scale). This allows to prove in a unified way results for different time scales,

The basic concepts of delta derivative and delta integral will be defined and developed to form dynamic equations on time scales. We also introduce the nabla operators and show the relation between these operators and the delta operators. As an application, we introduce the calculus of variations on time scales.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Capítulo 1 – Cálculo em time scales

- Definições básicas
- Derivada delta
- Propriedades da derivada delta
- Delta integral
- Propriedades do delta integral
- A derivada nabla e o nabla integral
- Relações entre os operadores delta e nabla
- A função exponencial em time scales
- Equações dinâmicas em time scales

Capítulo 2 – Aplicação: Cálculo das variações em time scales

- Problemas variacionais time scales
- Condição necessária de optimalidade: equação de Euler-Lagrange
- Condições de transversalidade
- Condições suficientes de optimalidade

3.3.5. Syllabus:

Chapter 1 – Time scales calculus

- Basic definitions
- The delta derivative
- Delta differentiation properties
- The delta integral
- Delta integration properties
- The nabla derivative and the nabla integral
- Relations between delta and nabla operators
- The exponential function on time scales
- Dynamics equations on time scales

Chapter 2 – Application: Calculus of variations on time scales

- Variational problems on time scales
- Necessary condition for optimality: Euler-Lagrange equation
- Transversality conditions
- Sufficient conditions for optimality

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Como facilmente se constata, os conteúdos encontram-se divididos em dois capítulos: o cálculo em times scales (escalas temporais) e sua aplicação ao cálculo das variações. No primeiro capítulo introduzem-se os conceitos e as propriedades necessárias para o desenvolvimento do cálculo em time scales e para o desenvolvimento, no segundo capítulo, do cálculo das variações em time scales.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The contents are divided into two chapters: calculus on time scales and calculus of variations on time scales. In the first chapter we introduce the basic concepts and properties necessary to the development of the calculus on time scales and to the development, in the second chapter, of the calculus of variations on time scales.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Pretende-se combinar a exposição dos resultados teóricos com a apresentação e discussão de vários exemplos e com a resolução de problemas/exercícios. Serão também disponibilizadas uma lista de exercícios/problemas, e respetivas soluções, que serão parcialmente resolvidos nas aulas, ficando uma boa parte deles para serem resolvidos pelos estudantes, como parte do seu estudo autónomo.

A avaliação é constituída por uma prova escrita presencial.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

We pretend to combine the exposition of the theoretical results with the presentation and discussion of various examples and problem solving/exercises. It will be provided a collection of exercises/problems, and respective solutions. These exercises/problems will be partially solved in class. Some of them are to be solved by students as part of their self-study.

The assessment consists of one written test.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O modelo de aulas teórico-práticas é uma boa opção para atingir os objetivos propostos.

A metodologia de ensino adotada induz uma aprendizagem gradual dos conceitos teóricos e práticos, tentando estimular uma aprendizagem pró-ativa. O extensivo recurso a exercícios/problemas pretende favorecer o desenvolvimento de aptidões na resolução de problemas, além de estimular o interesse dos estudantes pela unidade curricular.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The model of theoretical-practical classes is a good option to achieve the objectives.

The teaching approach leads to a gradual acquirement of the theoretical and practical concepts, stimulating a pro-active learning. The presentation of examples and practical exercises aims to stimulate the interest of the students for the course.

3.3.9. Bibliografia principal:

- *M. Bohner, A. Peterson, Dynamic equations on time scales, Birkhauser Boston, Boston, MA, 2001.*
- *M. Bohner, Calculus of variations on time scales, Dynam. Systems Appl. 13 (2004), no. 3-4, 339–349.*
- *L. Bourdin, Nonshifted calculus of variations on time scales with ∇ -differentiable σ , J. Math. Anal. Appl. 411 (2014), no. 2, 543–554.*
- *N. Martins, D. F. M. Torres, Calculus of variations on time scales with nabla derivatives, Nonlinear Anal. 71 (2009), no. 12, e763–e773.*
- *D. F. M. Torres, The variational calculus on time scales, Int. J. Simul. Multidisci. Des. Optim. 4 (2010), no. 1, 11–25.*

Mapa IV - Análise e Controlo de Sistemas Lineares / Analysis and Control of Linear Systems**3.3.1. Unidade curricular:**

Análise e Controlo de Sistemas Lineares / Analysis and Control of Linear Systems

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Isabel Alexandra Vieira Brás 10.5h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paula Rocha Malonek 10.5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Dotar o estudante das ferramentas matemáticas que lhe permitam lidar com processos (de vária índole) que sejam modelados por sistemas lineares de controlo. O estudante deverá desenvolver capacidade de análise das propriedades estruturais dos referidos sistemas e domínio de técnicas de síntese de controladores. Pretende-se também desenvolver a aptidão de realização de estudo/investigação autónoma.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Provide students with the mathematical tools in order to deal with processes (of various nature) which are modeled by linear control systems. The student should develop the ability to analyze its structural properties and master the controllers synthesis techniques. To develop the ability to conduct independent studies/research.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

- 1. Modelos de espaços de estado de sistemas lineares multivariáveis, solução no domínio das frequências e no domínio do tempo (função de transferência e resposta impulsional).*
- 2. Modelos de espaço de estados lineares como linearização de sistemas não lineares.*
- 3. Propriedades estruturais*
- 4. Elementos da teoria da realização.*
- 5. Interconexão de sistemas.*
- 6. Problemas de controlo com medição do estado:*

- a. Colocação de polos e estabilização por realimentação estática.*
- b. Seguimento de referência e rejeição de perturbações.*
- 7. Problemas de controlo com estimação do estado.*
- 8. Uma versão determinística do filtro de Kalman.*

3.3.5. Syllabus:

- 1. State spaces models of linear multivariable systems, solution in the frequency domain and in the time domain (transfer function and impulse response).*
- 2. State spaces models of linear systems as linearization of nonlinear systems.*
- 3. Structural properties.*
- 4. Elements of the theory of realization.*
- 5. Systems interconnection.*
- 6. Control problems with state measurement:*
 - a. Pole placement and stabilization by static feedback.*
 - b. Tracking and disturbance rejection.*
- 7. Control problems with state estimation.*
- 8. A deterministic version of the Kalman filter.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos focam os tópicos de referência (já bem definidos a nível internacional) sobre a análise e controlo de sistemas lineares.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus focuses reference topics (already well defined internationally) on the analysis and control of linear systems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas de exposição teórica de carácter geral e atribuição de trabalhos para futura exposição e discussão. A classificação final terá em conta o trabalho apresentado bem como a avaliação pelo docente do trabalho do estudante efetuado durante o semestre.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lessons with theoretical exposition of a general nature and task assignment for future presentation and discussion. The final grade will take into account the results of the assigned task as well as a grade given by the teacher for the work done by the student during the semester.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A ênfase no autoestudo estimula a independência e espírito crítico dos estudantes, permitindo dessa forma o desenvolvimento de competências pretendidas em matéria da análise e controlo de sistemas lineares.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The emphasis on the self-study encourages independence and critical spirit of the students, allowing the development of the required competence in the analysis and control of linear systems.

3.3.9. Bibliografia principal:

Chen , C.-T., Linear System Theory and Design , Oxford University Press, 1998

J.C. Willems, Deterministic least squares filtering, Journal of Econometrics, Volume 118, pages 341-370, 2004

Mapa IV - Códigos e Sistemas / Codes and Systems

3.3.1. Unidade curricular:

Códigos e Sistemas / Codes and Systems

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Raquel Rocha Pinto 10,5h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Diego Oscar Napp Avelli 10,5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Esta unidade curricular tem como objetivo a introdução da teoria dos códigos convolucionais e o seu estudo utilizando a abordagem da teoria dos sistemas. Pretende-se que os estudantes adquiram os seguintes conhecimentos e aptidões: aprendizagem do conceito de código convolucional e respetivos codificadores e as suas propriedades; desenvolvimento de competências na área das matrizes polinomiais, necessárias ao estudo das propriedades dos codificadores e consequentemente dos códigos, realização de codificadores através de um modelo de espaço de estados; determinação de uma realização mínima de um codificador; caracterização dos codificadores mínimos de um código, desenvolvimento da capacidade de aprendizagem dos temas mencionados acima através de leitura de textos avançados e artigos científicos da área dos códigos convolucionais.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

This course introduces the theory of convolutional codes and its study using a systems theory approach. A student who has met the objectives of the course will be able to: explain the concept of convolutional coding, its encoders and their properties; acquire knowledge in the subject of polynomial matrices needed to the study of the encoders and consequently of the code; construct realizations of encoders through a state space model; construct a minimal realization of an encoder; characterization of the minimal encoders of a code; development of the ability of the student to study the above subjects using advanced texts and scientific papers in the area of convolutional coding.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

- *Introdução às matrizes polinomiais: matrizes unimodulares, matrizes primas à direita e matrizes reduzidas por colunas.*
- *Código convolucional sobre um corpo finito.*
- *Codificadores de um código convolucional: definição e propriedades.*
- *Realização de um codificador através de um modelo de espaço de estados: definição e algoritmo de determinação de uma realização mínima.*
- *Estrutura dos codificadores minimais.*

3.3.5. Syllabus:

- *Introduction to the theory of polynomial matrices: unimodular matrices, right prime matrices and column reduced matrices.*
- *Convolutional code over a finite field.*
- *Encoders of a convolutional code: definition and properties.*
- *Realization of an encoder through a state space model: definition and an algorithm to construct a minimal realization of an encoder.*
- *Structure of the minimal encoders.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os vários tópicos que constituem os conteúdos programáticos focam as questões essenciais estudadas na investigação da teoria dos códigos convolucionais através da abordagem da teoria dos sistemas. Esta unidade curricular vai permitir que os estudantes tenham uma base de conhecimentos sólida para investigar este assunto. Além disso, introduz aos estudantes a literatura mais importante existente nesta área.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The several topics contained in the syllabus of the course covers the essential subjects investigated in the theory of convolutional codes from a systems theory point of view. This course will give solid knowledge to the students for research in this subject. Moreover, the course introduces the most important literature in the area.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas terão duas tipologias, a primeiras aulas serão dadas sob a forma de seminários onde o docente irá apresentar o conteúdo programático de uma forma sucinta. Nas aulas restantes o estudante terá de aprofundar os temas abordados utilizando textos avançados e artigos científicos da área dos códigos convolucionais. No fim do semestre, o estudante apresentará o estudo efectuado sob a forma de um documento. A classificação final terá em conta o documento apresentado bem como a avaliação pelo docente do trabalho do estudante efectuado durante o semestre.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Classes will be of two types. The first classes will be given as seminars, where the topics of the syllabus will be presented to the students in a short way. In the remaining classes the student will explore the given topics using advanced texts and scientific papers in the area of convolutional coding. At the end of the semester the students will present their study in a document. The course grading will be given by evaluating the contents of this document. The study of the topics made by the students during the semester will also be taken into account in a qualitative way.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino estão em coerência com os objetivos da unidade curricular. Em particular, a apresentação de vários tópicos da teoria dos códigos convolucionais pelo docente especialista na área e o posterior estudo destes tópicos pelos estudantes, através de literatura avançada da área, vai permitir o aprofundamento do conhecimento dos estudantes na área dos códigos convolucionais, o conhecimento da literatura da área e a capacidade de estudo autónomo dos estudantes de artigos científicos e textos avançados da área.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodologies are consistent with the objectives of the course. In particular, the presentation of several topics of the theory of convolutional coding by an expert in the subject and the study in more detail of the presented topics by the students, using advanced texts, will allow a deeper understanding by the students of the area of convolutional coding, the knowledge of the literature of the area and the ability of the students to study scientific papers and advanced texts in an autonomous way.

3.3.9. Bibliografia principal:

E. Fornasini. Dispensa di Sistemi Multivariabili. University of Padova, 2002.

E. Fornasini and R. Pinto. Matrix Fraction Descriptions in Convolutional Coding. Linear Algebra and its Applications, 392: 119-158, 2004.

G.D. Forney. Convolutional Codes I: Algebraic Structure. IEEE Trans. Inform. Theory, 16: 720-738, 1970. Correction, Ibid., IT-17, pp. 360, 1971.

G.D. Forney, R. Johansson and Z. Whan. Minimal and Canonical Rational Generator Matrices for Convolutional Codes. IEEE Trans. Inform. Theory, 42(6): 1865-1880, 1996.

R. Johansson and K. Zigangirov. Fundamentals of Convolutional Coding. IEEE Press Series in Digital and Mobile Comm., 1999.

T. Kailath. Linear Systems. Englewood Cliffs, N.J.:Prentice Hall, 1980.

R. McEliece. The Algebraic Theory of Convolutional Codes. In Handbook of coding Theory, vol. 1, V.S. Pless, W.C. Huffman, R.A. Brualdi eds, North Holland, Amsterdam, 1998.

Mapa IV - Cálculo das Variações / Calculus of Variations

3.3.1. Unidade curricular:

Cálculo das Variações / Calculus of Variations

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Ricardo Miguel Moreira de Almeida, 10.5h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Natália da Costa Martins 10.5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Compreender os conceitos fundamentais do cálculo das variações de modo ao estudante conseguir prosseguir com investigação original nessa área. Espera-se que domine no fim da UC as técnicas fundamentais do cálculo das variações, a consiga com isso desenvolver o estudo.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Understand the basic concepts on calculus of variations, so that the student may proceed with his own research. The goal is that at the end of the course the students are familiar with the techniques that are used, so that they may follow with their own research.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Aborda-se o Cálculo das Variações de um ponto de vista integrado. Exemplo de assuntos a abordar: equivalência entre diferentes formulações dos problemas; existência de minimizantes; condições necessárias de optimalidade; condições suficientes de optimalidade; aplicações.

3.3.5. Syllabus:

We address the Calculus of Variations from an integrated point of view. Example of topics to be studied: equivalence between different formulations of the problems; existence of minimizers; necessary optimality conditions; sufficient conditions for optimality; applications.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Pretende-se abordar o estudo clássico do cálculo das variações, permitindo aos estudantes continuar posteriormente com investigação nesse campo. Também se apresentará condições não-classicas de modo a introduzir investigação actual no campo.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

We intend to present the classical study of calculus of variations, so that the students may follow with research on the field. We also exhibit non-classical conditions in order to present current research on the field.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Sessões de orientação tutorial, onde o estudante expõe a matéria ou as dúvidas sobre a matéria que estudou e o professor as esclarece e indica mais matéria para estudo. A avaliação é feita através da apreciação de uma seleção dos trabalhos apresentados pelos estudantes ao longo do semestre.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Sessions of tutorial orientation, where the student presents what he has been studying or asks for clarification about points which were not clear to him and the teacher clarifies those points and assigns subject matter for further study. The assessment is accomplished by the appreciation of a selection of the assigned works presented by the student(s) along the semester.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Prevendo-se a frequência desta unidade curricular por um número reduzido de estudantes, a metodologia proposta é exequível e é porventura a mais eficaz a este nível, onde se pretende, para além da aquisição de conhecimentos, que o estudante vá ganhando a independência de estudo necessária a poder abalar-se a fazer investigação original na área escolhida.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Forecasting the attendance of this curricular unit by a reduced number of students, the proposed methodology can be implemented and is possibly the best one at this level, where one pretends, besides the knowledge acquired, that the student earns an independence of study which is necessary in order to perform original research in the chosen area.

3.3.9. Bibliografia principal:

*B. van Brunt, The Calculus of Variations, Springer, New York, 2004.
I.M. Gelfand and S. V. Fomin Calculus of Variations, Dover Publications, 2000.
H. Sagan, Introduction to the Calculus of Variations, Dover Publications, 1969.
C. Fox, An Introduction to the Calculus of Variations, Dover Publications, 1987.
G. A. Bliss, Calculus of variations, Chicago, IL: Open Court, 1925.
O. Bolza, Lectures on the Calculus of Variations. Chelsea Publishing Company, 1904.
C. Fox, An Introduction to the calculus of variations, New York: Dover, 1988.*

Mapa IV - Bilhares, problemas de resistência óptima e transporte de massa óptimo/Billiards problems optimal...

3.3.1. Unidade curricular:

Bilhares, problemas de resistência óptima e transporte de massa óptimo/Billiards problems optimal...

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Alexander Plakhov, 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

O objetivo é dar conhecimento aos estudantes sobre uma área interdisciplinar que inclui tópicos de Matemática Pura e Aplicada: Geometria, dinâmica de Bilhares e questões relacionadas de Resistência Mínima e Transporte Ótimo de Massa. Desenvolver capacidade da investigação que combina trabalho na área fundamental e aplicação desse trabalho nas aplicações.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The goal is to familiarize the students with an interdisciplinary area that includes topics of Pure and Applied Mathematics: Geometry, dynamics of Billiards, and related questions of Minimal Resistance and Optimal Mass Transportation. Develop the capacity of research that combines the work in fundamental science and application of this work in applications.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. *Definição e propriedades básicas de bilhares. Bilhares em polígonos e domínios limitados por curvas de 2a order. Desdobragem de trajetórias de bilhar.*
2. *Problemas de resistência mínima: discussão, definição, propriedades básicas, teoria fundamental.*
3. *Teoria moderna de resistência mínima de corpos convexos e não convexos com a condição de impacto único.*
4. *Abordagem de bilhar aos problemas de resistência mínima.*
5. *Resistência mínima de corpos em rotação e transporte ótimo de massa.*
6. *Noções básicas da teoria de transporte ótimo de massa; problema de Monge; relaxação de Kantorovich; monotonia cíclica.*
7. *O teorema principal de resistência média mínima e uma esquema de demonstração.*

3.3.5. Syllabus:

1. *Definition and main properties of billiards. Billiards in polygons and domains bounded by curves of 2nd order. Unfolding of a billiard trajectory.*
2. *Problems of minimal resistance: discussion, definition, main properties, and basic theory.*
3. *New theory of minimal resistance of convex and nonconvex bodies under the single impact condition.*
4. *Billiard approach to the problems of minimal resistance.*
5. *Minimal resistance of rotating bodies and optimal mass transportation.*
6. *Basic notions of the optimal mass transport theory; Monge problem, Kantorovich relaxation, cyclic monotonicity.*
7. *The main theorem of minimum mean resistance and a sketch of the proof.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A UC abrange tópicos de matemática que ao mesmo tempo são clássicos e estão em desenvolvimento rápido hoje em dia.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course include topics that are classical and are rapidly developing nowadays.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teóricas, sessões de orientação tutorial e atribuição de trabalhos para futura exposição e discussão. A avaliação será feita através do trabalho apresentado pelo estudante e exame final.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Theoretical lessons, sessions of tutorial orientation, and task assignment for future presentation and discussion. The assessment is accomplished by evaluation of the assigned work presented by the student and by the final exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A ênfase no autoestudo vai estimular criatividade, independência e iniciativa dos estudantes, permitindo o desenvolvimento de conhecimentos em geometria, dinâmica e aplicações mecânicas.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The emphasis on the self-study encourages creativity, independence and initiative of the students, giving rise to the development of knowledge in geometry, dynamics and mechanical applications.

3.3.9. Bibliografia principal:

1. *A. Plakhov. Exterior Billiards. Systems with impacts outside bounded domains. Springer, New York, (2012)*
2. *S. Tabachnikov. Billiards. Paris: Société Mathématique de France (1995).*
3. *S. Tabachnikov. Geometry and Billiards. American Mathematical Society (2005)*
4. *C. Villani. Topics in optimal transportation. American Mathematical Society (2003)*

3.3.1. Unidade curricular:

Sistemas Comportamentais / Behavioral Systems

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Paula Macedo Rocha Malonek 6h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Ricardo Jorge Aparício Gonçalves Pereira 5h

Diego Oscar Napp Avelli 5h

Paolo Vettori 5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Dotar os estudantes de ferramentas teóricas que lhes permitam desenvolver as competências de modelação, análise e controlo de processos no contexto da abordagem comportamental aos sistemas lineares de controlo, assim como a capacidade de estabelecer ligações com as abordagens clássicas em termos de funções de transferência e/ou modelos de espaço de estados.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

This course provides the students with theoretical tools that allow them to develop the capacities of modeling, analyzing and controlling processes within the framework of the behavior approach to linear control systems, as well as of establishing links between this approach and the classical approaches in terms of transfer functions and/or state-space models.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

- 1. Sistemas comportamentais discretos (sistemas dinâmicos, operadores polinomiais de deslocamento, algumas propriedades das matrizes polinomiais e polinomiais de Laurent e dos operadores polinomiais de deslocamento);***
- 2. Comportamentos lineares, invariantes e completos (linearidade, invariância, completude, representações de núcleo, representações híbridas, representações de imagem)***
- 3. Propriedades fundamentais (controlabilidade, autonomia, decomposição autónoma-controlável, observabilidade, estabilidade, índices estruturais);***
- 4. Representações de estado/variável-motriz***
- 5. Representações de entrada/saída;***
- 6. Representações de entrada/estado/saída;***
- 7. Controlo comportamental;***
- 8. Observadores comportamentais.***

3.3.5. Syllabus:

- 1. Discrete-time behavioral systems;***
- 2. Linear, time-invariant and complete behaviors (kernel, hybrid and image representations);***
- 3. Fundamental properties (controllability, autonomy, controllable-autonomous decomposition, observability, stability, structural indices);***
- 4. State/driving-variable representations***
- 5. Input/output representations;***
- 6. Input/state/output representations;***
- 7. Behavioral control;***
- 8. Behavioral observers.***

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos focam os tópicos de referência (já bem definidos a nível internacional) sobre sistemas comportamentais.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course focusses on reference topics (internationally well established) in the area of behavioral systems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas de exposição por parte do docente com apresentações de trabalhos ou material estudado individualmente por parte dos estudantes.

Avaliação: apresentações nas aulas (50%)+ exame do tipo “take-home” (50%).

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The lectures consist of material exposition by the lecturer together with presentations of self-studied material

and/or assignments by the students.

Evaluation: class presentations (50%)+take-home exam(50%)

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de ensino com uma forte componente de auto-estudo permite desenvolver a autonomia e espírito crítico dos estudantes. Estas capacidades são essenciais para a compreensão da matéria e o desenvolvimento das correspondentes capacidades de modelação, análise e controlo de sistemas.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The strong self-study component allows developing the students' autonomy and critical analysis capacities. These are essential for understanding the course material as well as for the development of the relevant system modelling, analysis and control capacities.

3.3.9. Bibliografia principal:

Jan Willem Polderman, Jan C. Willems. Introduction to Mathematical Systems Theory: A Behavioral Approach, Springer, 1998

V.I. Arnold, Ordinary Differential Equations, MIT press, 1973

Mapa IV - Optimização e Desenho de Redes / Optimization and Network Design

3.3.1. Unidade curricular:

Optimização e Desenho de Redes / Optimization and Network Design

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Cristina Saraiva Requejo Agra 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

-

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Reconhecer a existência de diversas topologias de rede, em particular com mais detalhe as topologias em árvore e as topologias sobreviventes.

Saber desenvolver modelos para topologias em árvore, em particular os modelos de corte, de subcircuitos e de fluxos. Saber desenvolver modelos com topologias sobreviventes.

Aplicar algumas técnicas de resolução de problemas de otimização, tais como relaxações, planos de corte, heurísticas.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Recognize the existence of several network topologies, especially in more detail the tree topologies and survivable topologies.

Develop models for tree topologies, in particular the cut models, the subcircuit models and the flow models.

Develop models for survivable topologies.

Apply some techniques to solve optimization problems, such as relaxations, cutting planes, heuristics, ...

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Modelos e algoritmos usados na resolução de problemas de otimização (combinatória) que surgem no desenho de redes (telecomunicações, transportes, etc). Conceitos básicos: fluxos, cortes, caminhos, etc. Estudo de formulações. Técnicas de resolução: relaxações, planos de corte e heurísticas. Desenho de redes com bons níveis de serviço: disponibilidade (availability), confiança (reliability), capacidade de adaptação a distúrbios/falhas (survivability)

3.3.5. Syllabus:

Models and algorithms used to solve (combinatorial) optimization problems that appear in network (telecommunications, transport, etc) design problems. Basic concepts: flows, cuts, paths, etc. Discussion of formulations. Solution techniques: relaxations, cutting planes and heuristics. Network design with high level of service: availability, reliability, survivability.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos dotam os estudantes das ferramentas necessárias para atingir os objetivos da unidade curricular.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus give the students the tools necessary to achieve the objectives of the course.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Orientação tutorial e estudo acompanhado. Ao estudante é fornecida a bibliografia necessária para adquirir os conceitos essenciais e desenvolver as suas capacidades nos tópicos da UC. Na orientação tutorial são focados alguns dos assuntos onde os estudantes revelem mais dificuldade. Os estudantes apresentam um trabalho final onde descrevem os conceitos adquiridos e o trabalho desenvolvido que será avaliado.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Tutorials and supervised study. The student is provided the necessary references to acquire the concepts and develop their skills in topics of UC. Tutorials are focused on some of the subjects where students prove more difficult. Students present a final paper which describe the concepts acquired and the work will be evaluated.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Num 3º ciclo de estudos os estudantes devem ser capazes de autonomamente adquirir conceitos e desenvolver capacidades, que neste caso é efetuado com o acompanhamento necessário para uma melhor aquisição de competências.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

On 3rd cycle studies students should be able to autonomously acquire concepts and develop skills, which in this case is made with the necessary monitoring to better skill acquisition.

3.3.9. Bibliografia principal:

Eva K. Lee and David P. Lewis, Integer Programming for Telecommunications, Handbook of Optimization in Telecommunications (Maurício G.C. Resende and Panos M. Pardalos, eds), Springer Science+Business Media, 2006.

T. Magnanti and L. Wolsey, Optimal trees, Network Models, Handbooks in Operations Research and Management Science, Vol. 7 (M.O. Ball, T.L. Magnanti, C.L. Monma, and G.L. Nemhauser, eds.), Elsevier Science Publishers, North-Holland, 1995.

G.L. Nemhauser and L.A. Wolsey, Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley & Sons, 1988.

Mapa IV - Programação Linear Inteira / Integer Linear Programming

3.3.1. Unidade curricular:

Programação Linear Inteira / Integer Linear Programming

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Agostinho Miguel Mendes Agra 21 h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se que o estudante adquira os conceitos básicos de programação inteira, seja capaz de formular problemas reais em programação inteira, seja capaz de classificar o problema e seja capaz de selecionar e utilizar o algoritmo de resolução mais adequado a cada problema.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The student should acquire the basic integer programming concepts, he/she should be able classify and to formulate real problems in integer programming, and to select and use the most appropriated algorithm for each problem.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Conceitos básicos: formulação, relaxação (linear e lagrangeana), majorantes e minorantes. Complexidade.

Problemas de fácil resolução: propriedades e exemplos. Desigualdades válidas e separação. Algoritmos exactos: branch and bound, branch and cut. Algoritmos heurísticos.

3.3.5. Syllabus:

Basic concepts: formulation, relaxation (linear and lagrangian), upper and lower bounds. Complexity. Polynomially solvable problems: properties and examples. Valid inequalities and separation. Exact algorithms: Branch and Bound, Branch and Cut. Heuristic algorithms.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A unidade curricular está dividida em duas partes. Numa primeira parte são introduzidos os conceitos básicos, que incluem a formulação de problemas em programação inteira e o estudo da sua complexidade. Numa segunda parte, e de acordo com a complexidade de cada problema, são estudados os algoritmos de resolução mais adequados a cada caso.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course is divided into two parts. In the first part the basic concepts are introduced, which include the formulation of integer programming problems and the study of their complexity. In the second part, and according to the complexity of each problem, the optimization algorithms are studied.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Será feita uma orientação tutorial do estudante ao qual é fornecida a bibliografia necessária para adquirir os conceitos essenciais e desenvolver as suas competências. O estudante deverá realizar dois trabalhos, um com base num problema polinomial e outro com base num problema NP-difícil. Os trabalhos devem incluir a formulação em programação inteira, estudo do estado da arte, indicação dos algoritmos mais apropriados e resolução de instâncias de cada problema.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

There will be a tutorial supervision of each student. The students will be given the appropriated bibliography to acquire the essential concepts and develop their skills. Students should submit two projects, one based on a polynomial problem and the other based on a NP-hard problem. These projects should include a discussion of the integer programming formulation, the study of the state of the art, discussion of the optimization algorithm and the resolution of instances of each problem.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os estudantes terão acompanhamento regular, e realizarão dois trabalhos que cobrem todo o conteúdo programático, e que simultaneamente testa a aquisição das competências pretendidas, nomeadamente, formulação, classificação e resolução de problemas em programação inteira.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Students will have regular supervision, while working on two projects that cover the entire syllabus, and which also tests the acquisition of desired skills, including formulation, classification and solving integer programming problems.

3.3.9. Bibliografia principal:

*Nemhauser, G.L., Wolsey, L.A. "Integer and Combinatorial Optimization", Wiley, 1988.
Schrijver, A. "Theory of Linear and Integer Programming", Wiley, 1986.
Wolsey, L.A. "Integer Programming", Wiley, 1998.*

Mapa IV - Geometria Combinatória / Combinatorial Geometry

3.3.1. Unidade curricular:

Geometria Combinatória / Combinatorial Geometry

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Ana Maria Reids d'Azevedo Breda 10.5h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Rui Filipe Alves Silva Duarte 10.5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
Aquisição de conhecimentos em Geometria Combinatória nomeadamente na teoria de mapas e hipermapas, superfícies de Riemann e em grafos topológicos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
Acquisition of knowledge in Combinatorial Geometry in particular the theory of maps and hypermaps, Riemann surfaces and topological graphs.

3.3.5. Conteúdos programáticos:
*Mapas e hipermapas.
 Acções de grupos discretos.
 Superfícies de Riemann.
 Grupos cristalográficos euclidianos e não euclidianos.
 Grupos de Fuchsian.
 Curvas algébricas.
 Grafos topológicos.*

3.3.5. Syllabus:
*Maps and hypermaps.
 Actions of discrete groups.
 Riemann Surfaces.
 Euclidean and non-Euclidean crystallographic groups.
 Fuchsian Groups
 Algebraic curves.
 Topological graphs*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
Os conteúdos programáticos foram definidos em função dos objetivos e competências da unidade curricular e estão diretamente relacionados com os objetivos a atingir. Com estes conteúdos pretende-se que os estudantes sejam capazes de desenvolver conhecimentos na área de Geometria Combinatória e estabelecer conexões com outros domínios do conhecimento matemático.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The syllabus was defined according to the objectives and competencies of the curricular unit and is directly related to the objectives to be achieved. With these content it is intended that students are able to develop expertise in the field of Combinatorial Geometry and establish connections with other fields of Mathematics.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):
Aulas teóricas com a duração de 3 h semanais.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):
The course is a semester course, with 3 hours of theoretical classes per week.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
Nas aulas são expostos e explorados os conceitos essenciais e, sempre que possível serão apresentados exemplos considerados adequados. A exploração e a discussão de problemas serão estrategicamente utilizadas.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
In classes we expose and explore the essential concepts and, whenever possible examples considered adequate will be given. The exploration and discussion of problems will be strategically used.

3.3.9. Bibliografia principal:
*Janos Pach, Pankaj K. Agarwal, Combinatorial Geometry, WILEY 1995.
 Janos Pach and Micha Sharir, Combinatorial Geometry and Its Algorithmic Applications (Mathematical Surveys and Monographs), AMS 2008*

3.3.1. Unidade curricular:

Estatística Genómica/Statistical Genomics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Vera Mónica Almeida Afreixo Número total de horas de contacto: 42h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Consolidar e desenvolver os conhecimentos de técnicas das probabilidades e da estatística aplicadas a dados genómicos. Pretende-se que o estudante adquira conhecimentos sobre diferentes tipos de dados genómicos desenvolvendo as capacidades para conduzir de forma autónoma análises sobre este tipo de dados.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

To consolidate and develop knowledge of techniques of probability and statistics applied to genomic data. It is intended that the student acquires knowledge about different types of genomic data, developing the capacity to drive autonomously analyzes of this data type.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Dados genómicos; Análise de palavras e distribuição de palavras genómicas; Algoritmos de anotação de sequências genómicas; Comparação de sequências genómicas, algoritmos de alinhamento e livres de alinhamento; Árvores filogenéticas, super-árvores e comparação de árvores; Análise de NGS (Next Generation Sequencing) e GWAS (Genome Wide Association Studies); Análise de outros dados genómicos (e.g. Microarrays).

3.3.5. Syllabus:

Genomic data; Analysis of genomic words and words distribution; Algorithms for genome annotation; Comparison of genomic sequences, alignment and free alignment algorithms; Phylogenetic trees, super trees and comparing trees; Analysis of NGS (Next Generation Sequencing) and GWAS (Genome Wide Association Studies); Analysis of other genomic data (e.g. microarrays).

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos cobrem os conceitos e procedimentos frequentemente usados no contexto da Estatística Genómica, providenciando, em acordo com os objetivos da uc, uma base sólida de conhecimentos neste domínio.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus covers the concepts and procedures often used in the context of Statistical Genomics, providing, in accordance with the objectives of uc, a solid knowledge in this area.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição e discussão dos temas, exercícios e problemas relacionados nas aulas, usando os meios adequados. As resoluções dos exercícios e problemas são apresentadas pelos estudantes e discutidas por todos os participantes da u.c.. Orientação dos trabalhos e estudo em curso, bem como, eventualmente, de um projeto, envolvendo a elaboração de um relatório, com posterior apresentação e discussão. São disponibilizados materiais de apoio na página da UC.
Avaliação: Distribuída com exame final.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures, where the topics of the syllabus, exercises and related problems are presented and discussed, using the adequate means. Exercises and problems are presented by the students and discussed by all the participants of the uc.. Supervision of the work and study in progress is provided, including eventually the elaboration of a project work, involving a written report and posterior oral presentation and discussion. Resources are available for students at the unit's web page.
Evaluation: Continuous evaluation with final exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino seguidas são aquelas que se consideram adequadas ao nível de 3º ciclo, numa UC desta área. A exposição da matéria é organizada de acordo com o programa fixado e os objetivos a alcançar. A

participação ativa dos estudantes nas aulas, a resolução dos problemas de forma autónoma, é uma componente fundamental do processo de aprendizagem, promovendo a consolidação e desenvolvimento dos conhecimentos nesta área.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodologies followed are those thought to be adequate for a PhD course in this area. The presentation in the lectures is organized in accordance with the syllabus and the intended outcomes. The active participation of the students in classes, solving problems and worked examples is fundamental in the learning process, enabling them to consolidate and deepen the knowledge in this domain.

3.3.9. Bibliografia principal:

- 1) Richard Durbin, Sean Eddy, Anders Krogh and Graeme Mitchison. *Biological Sequence Analysis: Probabilistic Models of Proteins and Nucleic Acids*. Front Cover. Cambridge University Press, 1998
- 2) Mark Borodovsky. *Problems and Solutions in Biological Sequence Analysis*. Cambridge University Press 2006
- 3) Srinivas Aluru. *Handbook of Computational Molecular Biology*. Chapman & All/Crc Computer and Information Science Series. 2005
- 4) Warren Ewens and Gregory Grant. *Statistical Methods in Bioinformatics: An Introduction*. 2005 Springer.
- 5) Lange K (1997) *Mathematical and Statistical Methods for Genetic Analysis*, Springer.
- 6) Richard C. Deonie, Simon Tavaré and Michael Waterman. *Computational Genome Analysis: An Introduction*. Springer-Verlag 2006
- 7) Shizhong Xu. *Principles of Statistical Genomics*. Springer-Verlag 2006

Mapa IV - Estatística Bayesiana/Bayesian Statistics

3.3.1. Unidade curricular:

Estatística Bayesiana/Bayesian Statistics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Isabel Maria Simões Pereira 42h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se que o estudante adquira formação em termos da metodologia bayesiana. Especificamente, pretende-se que sejam adquiridas as seguintes competências:

- *Comparar a metodologia bayesiana em termos das suas vantagens e desvantagens relativamente á metodologia clássica, para resolver problemas de inferência estatística.*
- *Dado um problema específico, o estudante deve ser capaz de construir um modelo bayesiano apropriado, implementá-lo usando software adequado e interpretar corretamente as conclusões a tirar.*
- *Desenvolver a capacidade de utilização de novas tecnologias (software WinBUGGS) na resolução de problemas usando a metodologia bayesiana.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The main objective of this course is to provide students with a training in the Bayesian Methodology. as an alternative to the Classical. Specifically it is intended that the students:

- *Consider bayesian methodology as an alternative to the classical methodology in order to solve statistical inference problems.*
- *Develop the ability of comparing both methodologies, presenting their advantages and disadvantages.*
- *Be able to construct Bayesian models, implement them using adequate software and properly interpret the conclusions.*
- *Develop the ability to use new technologies (WinBUGGS software) in solving problems using Bayesian approach.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. *Estatística Clássica versus Estatística Bayesiana: conceitos de probabilidade; tipos de informação; metodologias clássica e bayesiana, vantagens e desvantagens; teorema de Bayes como uma forma de actualização de informação, distribuições a priori e a posteriori*
2. *Eliciação de distribuições a priori, distribuições a priori não informativas e conjugadas*
3. *Inferência bayesiana; estimação pontual e regional, testes de hipóteses, predição e comparação de modelos.*
4. *Análise de modelos discretos: binomial e Poisson*
5. *Inferências no modelo normal.*
6. *Métodos de simulação para amostrar a partir de distribuições a posteriori; métodos de Monte Carlo simples e de*

Monte Carlo via cadeias de Markov.
7. Software WinBUGGS.

3.3.5. Syllabus:

1. *Frequentist Statistics versus Bayesian Statistics: subjective probability; prior information; sampling information; Bayesian methodology and Frequentist methodology; advantages and disadvantages; Bayes theorem as an updating information tool, prior and posterior distributions.*
2. *Elicitation of prior distributions; non-informative and conjugate distributions.*
3. *Bayesian inference; estimation, hypothesis testing, prediction and model comparison.*
4. *Analysis of discrete models: binomial e Poisson models.*
5. *Inference on the normal model.*
6. *Simulation methods: Simple Monte Carlo and Markov chain Monte methods*
7. *WinBUGGS software.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Globalmente os conteúdos programáticos abordados constituem a base de um curso sobre a metodologia bayesiana e irão contribuir para que um estudante tenha uma visão mais alargada da estatística, ultrapassando a visão tradicional da estatística clássica. Os primeiros 3 capítulos consistem nas noções fundamentais sobre a metodologia bayesiana, enquanto que os 2 seguintes aplicam a análise bayesiana em modelos discretos e contínuos. Os 3 últimos capítulos, ao explorar como na última década a estatística bayesiana se desenvolveu e difundiu devido ao desenvolvimento de métodos computacionais, fornecem as ferramentas tecnológicas necessárias para a construção e análise de um modelo apropriado a um problema concreto.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The program contents cover the fundamental concepts, results and issues about bayesian methodology. It will give an enlarged view about statistics, going beyond the well known frequentist approach. Chapters 1-3 cover the fundamental subjects of Bayesian methodology, while chapters 5 and 6 illustrate how to analyse discrete or continuous models. The last 3 chapters explore analytical and numerical tools for the implementation of Bayesian approach. Altogether, these tools allow solving real problems using Bayesian approach.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas decorrem de uma forma tradicional, introduzindo os conceitos, ilustrando através de exemplos e exercícios. Nalgumas aulas dadas em regime tutorial serão resolvidos exercícios de natureza mais académica com vista a consolidar conceitos fundamentais. No entanto, os problemas reais propostos são tratados com o auxílio de software adequado.

A avaliação será de natureza contínua, feita através de trabalhos individuais ou em grupo e de um exame final.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The lectures follow the traditional pattern of teaching the fundamental mathematical knowledge. However real life problems are deal with in classes with the aid of computers and adequate software. Also there are tutorials were academic problems are solved to consolidate the main concepts taught during the lectures assessment.

The evaluation will be continuous in nature, with presentation of individual or group projects and a final exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Uma vez que as aulas irão ser focadas na formação básica dos conceitos da metodologia bayesiana, como uma alternativa à clássica, espera-se que os estudantes desenvolvam a sua capacidade crítica de saber utilizar a metodologia que é mais apropriada em cada situação real, ponderando as vantagens e desvantagens de cada método em função dos objetivos e natureza do problema. Além disso, ao fazer-se uso do software estatístico de acesso livre espera-se que os estudantes saibam recorrer às novas tecnologias para a resolução de problemas em estatística bayesiana.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Since the classes will be focused on providing students a training in fundamental concepts on Bayesian methodology as an alternative to the frequentist approach, it is expected that students significantly develop their ability of using the more appropriate methodology, by weighting the advantages and disadvantages of each method according to main purposes and nature of the problem. In addition, upon making use of statistical software it is expected that students can use of new technologies in solving problems of Bayesian statistics.

3.3.9. Bibliografia principal:

Bernardo, J. M. e Smith, A.F.M. (1994) Bayesian Theory. Chichester: Wiley.

Bolstad, W. M. (2004) Introduction to Bayesian Statistics. New Jersey: John Wiley and Sons.

Carlin, B. P. e Louis, T. (2000) Bayes and Empirical Bayes Methods for Data Analysis. 2nd ed. London: Chapman and Hall.
Gilks, W.R., Richardson, S. e Spiegelhalter, D.J. (eds) (1996) Markov Chain Monte Carlo in Practice, Chapman and Hall, London.
O'Hagan, A (1994) Bayesian Inference. Kendall's Advanced Theory of Statistics, vol. 2B, London: Arnold.
Paulino, C.D., Amaral Turkman, M.A. e Murteira, B (2003). Estatística Bayesiana. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Mapa IV - Reticulados e Estruturas Algébricas Ordenadas/Lattices and Ordered Algebraic Structures

3.3.1. Unidade curricular:

Reticulados e Estruturas Algébricas Ordenadas/Lattices and Ordered Algebraic Structures

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Paula Freitas de Sousa Mendes Martins 10.5h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Carla Albertina Carvalhinho da Silva Mendes 10.5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se que o estudante adquira:

- *conhecimentos de algumas classes de semigrupos ordenados, tais como semigrupos naturalmente ordenados, semigrupos regulares ordenados e semigrupos inversos ordenados;*
- *conhecimentos de reticulados distributivos e de algumas subclasses de reticulados distributivos, nomeadamente: reticulados distributivos complementados, álgebras de Boole, reticulados distributivos pseudocomplementados, álgebras de Stone.*

Um estudante que complete esta unidade curricular com sucesso deve ser capaz de:

- *enunciar e provar resultados algébricos sobre semigrupos ordenados;*
- *obter representações de classes de semigrupos ordenados;*
- *estruturar e redigir demonstrações de resultados relacionados com os conhecimentos de reticulados distributivos.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The learning outcomes of this UC are:

- *basic knowledge of some classes of ordered semigroups, such as naturally ordered semigroups, regular ordered semigroups and inverse ordered semigroups;*
- *basic knowledge of distributive lattices, complemented distributive lattices, Boolean algebras, pseudocomplemented distributive lattices, Stone algebras.*

A student that successfully completes this UC should be able to:

- *state and prove algebraic results about ordered semigroups;*
- *obtain representations of classes of ordered semigroups;*
- *structure and propose proofs of results that involve concepts of distributive lattices.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Semigrupos ordenados: o monóide ordenado das aplicações residuadas de um conjunto ordenado; semigrupos naturalmente ordenados; semigrupos regulares ordenados; semigrupos inversos ordenados; representação de algumas classes de semigrupos ordenados.

Reticulados: reticulados distributivos; reticulados complementados, álgebras de Boole; reticulados pseudocomplementados, álgebras de Stone.

3.3.5. Syllabus:

Ordered Semigroups: the ordered monoid of residuated mappings on an ordered set; naturally ordered semigroups; ordered regular semigroups ; ordered inverse semigroups; representation of some classes of ordered semigroups.

Lattices: distributive lattices; complemented lattices, Boolean algebras; pseudocomplemented lattices, Stone algebras.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos da unidade curricular abordam conceitos de semigrupos ordenados (resultados

algébricos e representações de algumas classes), de reticulados distributivos e de algumas classes de reticulados distributivos (tais como reticulados distributivos complementados e reticulados distributivos pseudocomplementados), sendo claramente coerentes com os objectivos de aprendizagem da unidade curricular.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

In this UC, the topics that are introduced in the programmatic content refer to the concepts of ordered semigroups (algebraic results and representation of some classes), distributive lattices and some classes of distributive lattices (such as complemented distributive lattices and pseudocomplemented distributive lattices), which are clearly coherent with the curricular unit's intended learning outcomes.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A UC está organizada em sessões teórico-práticas, onde é feita a exposição de conceitos, bem como das suas propriedades fundamentais e das respetivas demonstrações, sendo esta exposição complementada com a exploração de exemplos e a resolução de problemas relacionados com os conceitos estudados. Em paralelo, os estudantes devem desenvolver trabalho autónomo de forma a aprofundar/solidificar os conteúdos abordados na UC. É adotado o método de avaliação periódica, sendo fornecidos exercícios para casa e havendo testes de avaliação

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The UC is organized in sessions of lectures/tutorials, in which the students are introduced to the concepts, as well as the fundamental properties and the respective proofs. These lectures are complemented with the study of examples and resolution of problems related to the concepts studied. In parallel, students must develop independent work to strengthen/solidify the content covered in the UC. In this unit is adopted a periodic evaluation consisting in homework and evaluation tests.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A articulação das aulas de exposição da matéria com o trabalho, individual e em grupo, desenvolvido pelos estudantes sob orientação do docente levarão os estudantes a atingir os objetivos da unidade curricular.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The articulation between the lectures and the work carried out by the students, in groups and individually, under the supervision of the lecturer, is expected to help the student to attain the objectives of the UC.

3.3.9. Bibliografia principal:

*Blyth, T. S., Lattices and Ordered Algebraic Structures, Springer, 2005
Roman, S., Lattices and Ordered Sets, Springer, 2008*

Mapa IV - Elementos da Teoria de Semigrupos/ Elements of Semigroup Theory

3.3.1. Unidade curricular:

Elementos da Teoria de Semigrupos/ Elements of Semigroup Theory

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Paula Beirão de Oliveira Marques Smith 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se que os estudantes adquiram conhecimentos sobre conceitos e resultados básicos da teoria de semigrupos e desenvolvam e consolidem:

- *a capacidade de aplicar os conhecimentos adquiridos na construção de demonstrações e na resolução de problemas relativos a semigrupos regulares, semigrupos inversos e semigrupos completamente simples;*
- *aptidões de raciocínio matemático de modo a construir argumentos rigorosos;*
- *a capacidade de aprender de modo autónomo.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Students should acquire knowledge of basic notions and results in semigroup theory and develop and consolidate:

- *the capacity to apply the acquired knowledge in the construction of proofs and in solving problems related to*

regular semigroups, inverse semigroups and completely simple semigroups;
- mathematical reasoning skills, in order to construct rigorous arguments;
- the capacity to learn in an autonomous way.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Aspetos fundamentais da teoria de semigrupos. Semigrupos regulares, semigrupos inversos e semigrupos completamente simples.

3.3.5. Syllabus:

Fundamental aspects of semigroup theory. Regular semigroups, inverse semigroups and completely simple semigroups.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os tópicos abordados em cada uma das secções dos conteúdos programáticos são conceitos e resultados principais da teoria de semigrupos e das teorias de semigrupos regulares, de semigrupos inversos e de semigrupos completamente simples. Por esta razão, vão de encontro ao primeiro objetivo da UC. Os segundo e terceiro objetivos são atingidos como consequência da natureza algébrica da UC: interiorizando os conceitos, compreendendo os mecanismos das provas dos resultados apresentados e exercitando sistematicamente esta aprendizagem, o estudante adquire as competências expressas nos referidos objetivos. O desenvolvimento cuidadoso dos conteúdos programáticos desta UC é apenas um dos muitos veículos para atingir o último objetivo que é, claramente, transversal.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The topics introduced in each section of the syllabus are key concepts and results in semigroup theory and in regular semigroups, inverse semigroups and completely simple semigroups. For this reason they meet the first objective of the curricular unit. The second and third objectives are attained as a consequence of the algebraic nature of the UC: understanding the concepts, the mechanism of the proofs presented and systematically practicing the results of this apprenticeship, the student acquires the skills referred to in these two objectives. The careful development of the syllabus is only one of the many ways to attain the final objective, which is clearly transversal.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A UC está organizada em sessões que incluem, predominantemente, aulas de exposição da matéria, onde os estudantes tomam contacto com conceitos, resultados fundamentais e respetivas demonstrações, complementadas com aulas onde os estudantes resolvem problemas associados aos conceitos e resultados estudados e a suas aplicações. A avaliação consiste na realização de testes escritos individuais e/ou trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The UC is organized in sessions that include, predominantly, lectures, in which the students are introduced to the concepts, fundamental properties and their proofs, and tutorial classes in which the students solve problems related to the content of the lectures and to some of their applications. A periodic evaluation method consisting of individual written tests and/or essays is adopted.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A predominância deste tipo de justifica-se pelo elevado nível científico dos assuntos estudados e por se tratar de um 3º Ciclo. Contudo, as sessões de resolução de problemas contribuirão para uma melhor compreensão dos assuntos e, consequente, a consolidação dos mesmos. A articulação das aulas teóricas com as aulas teórico-práticas, associada ao trabalho, individual ou em grupo, desenvolvido pelos estudantes levarão os estudantes a atingir os objetivos da unidade curricular.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The high scientific level of the topics in the syllabus justify the existence of lectures as well as tutorial sessions. However, the problem-solving sessions will help to improve the understanding of the topics of the syllabus and, hence, its consolidation. The articulation between the lectures and the tutorial classes, associated with the practical work carried out by the students, in groups and individually, is expected to help the students to attain the objectives of the UC.

3.3.9. Bibliografia principal:

- Fundamentals of semigroup theory. John M. Howie, Oxford University Press, 1996

- *The Algebraic Theory of Semigroups, Vol I. A. H. Preston, G. B. Clifford, Mathematical Surveys and Monographs, No. 7 1961*
- *The Algebraic Theory of Semigroups, Vol II. A. H. Preston, G. B. Clifford, Mathematical Surveys and Monographs, No. 7 1967*

Mapa IV - Tópicos da Teoria de Semigrupos de Transformações / Topics of Transformation Semigroups Theory

3.3.1. Unidade curricular:

Tópicos da Teoria de Semigrupos de Transformações / Topics of Transformation Semigroups Theory

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Suzana Freitas de Sousa Mendes Gonçalves 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Os estudantes deverão:

- *reconhecer que, por um lado, os semigrupos de transformações são exemplos naturais e interessantes de semigrupos e, por outro, todos os semigrupos podem ser vistos como semigrupos de transformações;*
- *compreender os principais conceitos e resultados da Teoria de Semigrupos, com base no estudo de três exemplos clássicos de semigrupos de transformações: $T(X)$, $P(X)$ e $I(X)$;*
- *ser capazes de sistematizar conhecimento e aplicá-lo na construção de demonstrações ou resolução de outros problemas, no domínio da Teoria de Semigrupos de Transformações.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Students should:

- *recognize that transformation semigroups are natural and interesting examples of semigroups and that every semigroup can be regarded as a transformation semigroup;*
- *understand key concepts and results in Semigroup Theory, based on the study of three classical examples of transformation semigroups: $T(X)$, $P(X)$ and $I(X)$;*
- *be able to systematize knowledge and apply it in the construction of proofs or solving other problems in Transformation Semigroups Theory.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Transformações e semigrupos. Os semigrupos $T(X)$, $P(X)$ e $I(X)$. Geradores. Elementos regulares. Relações de Green e ideais. Subsemigrupos. Congruências. Endomorfismos.

3.3.5. Syllabus:

Transformations and semigroups. The semigroups $T(X)$, $P(X)$ and $I(X)$. Generators. Regular elements. Green's relations and ideals. Subsemigroups. Congruences. Endomorphisms.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Tendo como pano de fundo o estudo dos três exemplos clássicos de semigrupos, serão abordados os conceitos básicos da teoria algébrica de semigrupos. Ao explorar estes exemplos, serão apresentadas importantes noções e serão demonstrados resultados clássicos da Teoria de Semigrupos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

With the study of the three classical examples of semigroups on the background, the students will be introduced to the basics of the abstract theory of semigroups. Along the discussion of these examples, many important notions will be presented and several classical abstract results will be proven.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas serão usadas maioritariamente para expor os principais conceitos e resultados. Será também dedicado algum tempo das aulas à resolução de problemas que envolvam ou apliquem os conceitos e resultados estudados. A avaliação será baseada em testes escritos ou trabalhos, que poderão envolver o uso de ferramentas computacionais na resolução de problemas.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

*... Lectures will be used mainly to introduce the main concepts and results. Some time will also be devoted to solve problems that involve or apply the concepts and results studied.
The assessment will be based on written tests or works, which may involve the use of computational tools for problem solving.*

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

*Tendo em consideração a filosofia da UC, a apresentação dos conteúdos teóricos por parte do docente deverá ser sempre acompanhada da apresentação e exploração dos três exemplos clássicos de semigrupos considerados. Tal irá permitir uma apreensão dos conceitos e das definições básicas da Teoria de Semigrupos, assim como uma compreensão estruturada de demonstrações dos seus resultados fundamentais.
Embora se espere o trabalho autónomo dos estudantes, a resolução de alguns problemas durante as aulas constituirá auxílio importante à adequada compreensão das matérias.*

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The presentation of theoretical contents by the teacher should always be followed by the presentation and exploration of the three classical examples of semigroups considered. This will allow students to perceive the concepts and basic definitions of the Theory of Semigroups, and will lead them to gain insight to follow and construct proofs of its fundamental results.

While it is hoped the independent work of students, solving some problems during classes constitute an important aid to the proper understanding of the subjects in study.

3.3.9. Bibliografia principal:

- *Classical finite transformation semigroups*, O. Ganyushkin and V. Mazorchuk, Springer Verlag London, 2009.
- *Fundamentals of semigroup theory*, J. Howie, London Mathematical Society Monographs, New Series, 12, Oxford University Press, London, 1995
- *The Algebraic Theory of Semigroups*, A. H. Clifford and G. B. Preston, Vols. 1 and 2, Mathematical Surveys, No. 7, American Mathematical Society, Providence, RI, 1961 and 1967.
- *Techniques of semigroup theory*, P. Higgins, Oxford Science Publications. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1992.
- *Semigroups. An introduction to the structure theory*, P. Grillet, Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics, 193, Marcel Dekker, New York, 1995.

Mapa IV - Fundamentos da Teoria de Semigrupos Finitos / Fundamental aspects of finite semigroup theory

3.3.1. Unidade curricular:

Fundamentos da Teoria de Semigrupos Finitos / Fundamental aspects of finite semigroup theory

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

José Carlos Cruz Costa 10.5 h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria de Lurdes Azevedo Teixeira 10.5 h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Os estudantes deverão:

- *compreender os principais conceitos, resultados e métodos no âmbito dos temas estudados;*
- *ter capacidade para sistematizar conhecimento e aplicá-lo na construção de demonstrações ou resolução de outros problemas, no domínio dos semigrupos finitos;*
- *conhecer algumas relações entre semigrupos finitos, autómatos e linguagens racionais;*
- *identificar algumas questões de decidibilidade relacionadas com a teoria de semigrupos finitos.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Students should:

- *understand key concepts, results and methods in the various topics studied;*
- *be able to systematize knowledge and apply it in the construction of proofs or solving other problems in the area of finite semigroups;*
- *know some relations between finite semigroups, automata and rational languages;*
- *identify some decidability questions related with finite semigroup theory.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Pseudovariedades de semigrupos finitos;

*Operações implícitas;
Definição de pseudovariiedades por pseudoidentidades;
Operadores sobre pseudovariiedades;
Questões de decidibilidade.*

3.3.5. Syllabus:

*Pseudovarieties of finite semigroups;
Implicit operations;
Pseudovarieties defined by pseudoidentities;
Pseudovariety operators;
Decidability problems.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos da uc concentram-se essencialmente no estudo e classificação de pseudovariiedades com base em técnicas de natureza sintática, no sentido em que os conceitos chave são os de objeto livre profinito e pseudoidentidade. Atendendo à forte ligação entre as teorias de semigrupos finitos e de linguagens racionais, esta abordagem providencia métodos para responder a questões de decidibilidade envolvendo as duas áreas.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The contents of the uc focus mainly on the study and classification of pseudovarieties based on techniques of syntactic nature, in the sense that the key concepts are the free profinite objects and pseudoidentities. Given the strong connection between the theories of finite semigroups and rational languages, this approach provides methods to answer questions of decidability involving the two areas.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas serão usadas maioritariamente para expor os principais conceitos, resultados e métodos dos vários tópicos em estudo. Será também dedicado algum tempo das aulas à resolução de problemas que envolvam ou apliquem os conceitos, resultados e métodos estudados. A avaliação será baseada em testes escritos ou trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures will be used mainly to introduce the main concepts, methods and results of the various topics. Some time will also be devoted to solve problems that involve or apply the concepts, results and methods studied. The assessment will be based on written tests or works.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Dada a especificidade e o nível avançado dos temas a estudar na uc, a exposição dos conteúdos programáticos é essencial para a sua compreensão e das suas aplicações, bem como para estabelecer ligações da uc com as teorias de autómatos e linguagens formais e com outras áreas da matemática. Planeia-se a partilha da responsabilidade destas exposições com os estudantes. A resolução de alguns problemas durante as aulas fornecerá modelos necessários à adequada compreensão das matérias e servirá de incentivo ao trabalho autónomo dos estudantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Given the specificity and the advanced level of the subjects to study at uc, exposure of the syllabus is essential for their understanding and its applications, and to establish links with the theories of automata and formal languages and other areas of mathematics. One plans to share the responsibility of these exhibitions with students. The resolution of some problems during class should provide the adequate understanding of the matters and shall encourage the independent work of the students.

3.3.9. Bibliografia principal:

- *Finite Semigroups and Universal Algebra*, J. Almeida, *Series in Algebra-Vol.3*, World Scientific, 1994.
- *Automata, Languages and Machines*, S. Eilenberg, Vol. B, Academic Press, New York, 1976.
- *The q-Theory of Finite Semigroups*, J. Rhodes, B. Steinberg, *Springer Monographs in Mathematics*, Springer, 2008.

Mapa IV - Teoria algébrica das inversas generalizadas/Algebraic theory of generalized inverses

3.3.1. Unidade curricular:

Teoria algébrica das inversas generalizadas/Algebraic theory of generalized inverses

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

José Pedro Patrício 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se introduzir o conceito de inversa generalizada em duas vertentes: a diversidade de inversas generalizadas e algumas das suas aplicações, por um lado, e por outro contextos algébricos distintos onde os problemas necessitam de uma abordagem distinta.

Os estudantes que completam esta unidade curricular com sucesso devem ser capazes de:

- *Conhecer condições necessárias e suficientes para a existência dos vários tipos de inversa generalizada.*
- *Calcular diversos tipos de inversa generalizada de elementos em certas estruturas algébricas.*
- *Relacionar os diferentes tipos de inversa generalizada.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

We aim to introduce the concept of generalized inverse in two aspects: the diversity of generalized inverses and some of its applications, on one hand, and on the other hand distinct algebraic contexts where problems require a different approach.

Students who complete this course successfully should be able to:

- *Know necessary and sufficient conditions for the existence of several types of generalized inverse.*
- *Compute different types of generalized inverses in some algebraic structures.*
- *Relate different types of generalized inverse.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

O conceito de inversa generalizada, famílias de inversas generalizadas. Invertibilidade generalizada em matrizes sobre certas estruturas algébricas, em anéis e suas subclasses, e em álgebras C^ . Resultados recentes.*

3.3.5. Syllabus:

The concept of generalized inverse, families of generalized inverses, generalized invertibility of matrices over certain algebraic structures, in rings and some of its subclasses, and in C^ -algebras*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos versam sobre a introdução à teoria algébrica das inversas generalizadas, e contemplam as várias vertentes da teoria algébrica alvo de estudo recente. Estes conteúdos vão de encontro aos objectivos de aprendizagem, nomeadamente na capacidade de garantir a existência de certos tipos de inversa generalizada.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The contents concern the introduction to the algebraic theory of generalized inverses, and include the various aspects of the algebraic theory that have been studied recently. These contents and according to the learning outcomes, including the ability to guarantee the existence of certain types of generalized inverse.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Na unidade curricular são adoptadas como metodologias de ensino aulas teóricas-práticas, dedicadas à exposição e explicação dos conteúdos programáticos, bem como a resolução de tarefas de trabalho independente do estudante. A avaliação será baseada em testes escritos ou trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

In this curricular unit we adopt, as teaching methodology, theoretical and practical lessons, dedicated to exposure and explanation of the syllabus, as well as independent resolution of tasks by the student. The assessment will be based on written tests or works.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino adoptadas na unidade curricular são metodologias de ensino clássicas que se mostram adequadas aos objectivos de aprendizagem da unidade curricular. Nas aulas são expostos os conteúdos programáticos da unidade curricular e complementadas com resolução de problemas supervisionada pelo docente.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

In the curricular unit are adopted classical methods of teaching, which are coherent with the learning outcomes of the unit. During classes, the programmatic contents of the course unit are exposed and complemented with problem solving supervised by the teacher.

3.3.9. Bibliografia principal:

*Adi Ben-Israel, Thomas N.E. Greville, Generalized Inverses: Theory and Applications, Springer, 2002
Stephen L. Campbell Carl D. Meyer, Generalized Inverses of Linear Transformations, SIAM, 2009.*

Mapa IV - Tópicos de Semigrupos e Linguagens / Topics of Semigroups and Languages**3.3.1. Unidade curricular:**

Tópicos de Semigrupos e Linguagens / Topics of Semigroups and Languages

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

José Carlos Cruz Costa 10.5h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria de Lurdes Azevedo Teixeira 10.5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Os estudantes devem ser capazes de:

- classificar semigrupos e linguagens;*
- identificar as relações de Green;*
- conhecer as ligações entre semigrupos finitos, autómatos e linguagens racionais;*
- sistematizar conhecimento e aplicá-lo na construção de demonstrações ou resolução de outros problemas;*
- aplicar a casos concretos os vários processos algorítmicos estudados na uc.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Students should be able to:

- classify semigroups and languages;*
- identify the Green's relations;*
- understand the connections between finite semigroups, automata and rational languages;*
- systematize knowledge and apply it in the construction of proofs or solving other problems;*
- apply to specific cases the various algorithmic processes studied in the uc.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Semigrupos. Homomorfismos de semigrupos. Relações de Green sobre um semigrupo. Autómatos e linguagens. Reconhecimento de linguagens por autómatos e por semigrupos. Teorema de Kleene. Variedades de semigrupos e variedades de linguagens. Teorema de Eilenberg.

3.3.5. Syllabus:

Semigroups. Semigroup homomorphisms. Green's relations on semigroups. Automata and languages. Language recognition by automata and by semigroups. Kleene's theorem. Varieties of semigroups and varieties of languages. Eilenberg's theorem.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos da uc concentram-se essencialmente no estudo das ligações entre as teorias de semigrupos finitos e de autómatos e linguagens racionais. Estes conteúdos permitem trabalhar os resultados de aprendizagem desta uc e fornecer uma base sólida de conhecimentos no domínio das teorias acima referidas.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The contents of uc focus mainly on the study of the connections between the theories of finite semigroups and of automata and rational languages. These contents allow to work the learning outcomes of this uc and provide a solid base of knowledge in the theories mentioned above.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas serão usadas maioritariamente para expor os principais conceitos, resultados e métodos dos vários tópicos em estudo. Será também dedicado algum tempo das aulas à resolução de problemas que envolvam ou

apliquem os conceitos, resultados e métodos estudados. A avaliação será baseada em testes escritos ou trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures will be used mainly to introduce the main concepts, methods and results of the various topics. Some time will also be devoted to solve problems that involve or apply the concepts, results and methods studied. The assessment will be based on written tests or works.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Dada a especificidade e o nível avançado dos temas a estudar na uc, a exposição dos conteúdos programáticos é essencial para a sua compreensão e das suas aplicações, bem como para evidenciar as ligações entre as teorias de semigrupos finitos e de autómatos e linguagens formais. Planeia-se a partilha da responsabilidade destas exposições com os estudantes. A resolução de alguns problemas durante as aulas fornecerá modelos necessários à adequada compreensão das matérias e servirá de incentivo ao trabalho autónomo dos estudantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Given the specificity and the advanced level of the subjects to study at uc, exposure of the syllabus is essential for their understanding and its applications, and to highlight the links between the theories of finite semigroups and of automata and formal languages. One plans to share the responsibility of these exhibitions with students. The resolution of some problems during class should provide the adequate understanding of the matters and shall encourage the independent work of the students.

3.3.9. Bibliografia principal:

- *Varieties of Formal Languages* J-E. Pin, North Oxford, London et Plenum, New-York, 1986.
- *Finite Automata*, M. Lawson, Chapman & Hall/CRC, 2004.
- *Finite Semigroups and Universal Algebra*, J. Almeida, Series in Algebra-Vol.3, World Scientific, 1994.
- *Automata, Languages and Machines*, S. Eilenberg, Vol. B, Academic Press, New York, 1976.

Mapa IV - Teoria de Tipos/Type Theory

3.3.1. Unidade curricular:

Teoria de Tipos/Type Theory

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

José Carlos Soares do Espírito Santo 42h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

*Compreender a generalização trazida pelos tipos polimórficos e tipos dependentes relativamente aos tipos simples, e as aplicações dessa generalização.
Conhecer a meta-teoria de teorias de tipos simples, polimórficos e dependentes.
Compreender o princípio proposições-como-tipos e suas aplicações.
Compreender a relação entre certas teorias de tipos e lógicas construtivas.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

*To understand the generalization brought by polymorphic types and dependent types relatively to simple types, and the applications of that generalization.
To know the meta-theory of theories of simple, polymorphic, and dependent types.
To know the propositions-as-types principle and its applications.
To understand the relation between certain type theories and constructive logics.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Tipos simples, tipos polimórficos, tipos dependentes: meta-teoria, princípio proposições-como-tipos e relações com lógicas construtivas. Tópicos opcionais: definições indutivas e terminação de funções recursivas em Teoria de Tipos; sistemas computacionais de demonstração assistida; sistemas de tipos baseados em cálculo de sequentes ou Lógica Clássica; subtipificação; etc.

3.3.5. Syllabus:

Simple types, polymorphic types, dependent types: meta-theory, propositions-as types principle, relationship with constructive logics. Optional topics: inductive definitions and termination of recursive functions in Type Theory; proof assistants; type systems based on sequent calculus or Classical Logic; subtyping; etc.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos principais estão direccionados para os objectivos de aprendizagem: para cada sistema de tipos será estudada a meta-teoria, o princípio proposições-como-tipos e as relações com lógicas construtivas. O estudo dos vários sistemas de tipos permitirá compreender a generalização do sistema de tipos simples. Os tópicos adicionais têm objectivos variados, mas pressupõem e consolidam os objectivos de aprendizagem referidos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The main part of the syllabus is directed towards the learning outcomes: for each type system, the meta-theory, the propositions-as types principle, and the relationship with constructive logic are studied. The study of several type systems allows to understand the generalization brought w.r.t. simples types. The optional topics have a variety of goals, but they assume and reinforce the referred learning outcomes.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas serão de carácter teórico-prático ou em regime tutorial, com exposição das matérias seguida da resolução de exercícios.

A avaliação periódica será feita com base em testes escritos. No regime de orientação tutorial, será fornecida bibliografia para o estudante estudar fora do horário de contacto. O estudante fará exposições regulares, orais e escritas, sobre o material de leitura. A avaliação será baseada no desempenho nessas exposições.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Classes of theoretical-practical nature have both expository parts and parts dedicated to solving exercises. The assessment is based on written tests. In the tutorial regime, the students reads the suggested bibliography, and makes regular presentations, both oral and written. The assessment is based on the performance on those presentations.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A generalidade dos objetivos de aprendizagem exige compreensão e treino das várias partes dos conteúdos programáticos. A exposição prévia das matérias por parte do docente é essencial para a compreensão dos conteúdos. A resolução de exercícios ajudará não apenas à consolidação das matérias, mas também ao treino necessário para atingir vários dos objetivos de aprendizagem. Os testes escritos são adequados à natureza dos objetivos de aprendizagem.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

All learning outcomes require comprehension and training of the various parts of the syllabus contents. Previous exposition of the course contents by the lecturer is essential to their comprehension by students. Problem solving in classes is important not only for reinforcing comprehension of the contents, but also to develop skills and competences related to the learning outcomes. The written tests are adequate for the objectives pursued in the course.

3.3.9. Bibliografia principal:

M. Sorensen, P. Urzyczyn, "Lectures on the Curry-Howard Isomorphism", Elsevier, 2006

J. Hindley, "Basic Simple Type Theory", Cambridge University Press, 1997

H. Barendregt, "Lambda Calculi with Types", Handbook of Logic in Computer Science, vol 2, Oxford University Press, 1993

J.-Y. Girard, Y. Lafont, P. Taylor, "Proofs and types", Cambridge Univ. Press, 1989

Mapa IV - Introdução à Dinâmica Simbólica/Introduction to Symbolic Dynamics

3.3.1. Unidade curricular:

Introdução à Dinâmica Simbólica/Introduction to Symbolic Dynamics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Ricardo José Mendes Severino 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:*n.a.***3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

Pretende-se que o estudante adquira uma base sólida de conhecimentos sobre Dinâmica Simbólica, quer como tópico autónomo, quer como ferramenta para o estudo de sistemas dinâmicos no intervalo e no plano. Nesta área são muitas as questões em aberto, que podem servir para que os estudantes ganhem sensibilidade para as dificuldades inerentes à investigação em matemática.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

It is intended that the students acquire a solid knowledge on Symbolic Dynamics, as a mathematical topic per se, but also as a tool to study discrete dynamical systems of the interval and on the plane. This is an area with many open problems, useful to introduce the students to the difficulties of doing research in mathematics.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

*Elementos da teoria de sistemas dinâmicos discretos
Sistemas dinâmicos simbólicos e matrizes de Markov
Teoria do amassamento de Milnor e Thurston para aplicações modais no intervalo
Dinâmica simbólica para aplicações unimodais no intervalo
Dinâmica simbólica para aplicações bimodais no intervalo
Dinâmica simbólica para aplicações Lozi no plano*

3.3.5. Syllabus:

*Elements of the theory of discrete dynamical systems
Symbolic dynamical systems and Markov matrices
Milnor and Thurston kneading theory for modal maps of the interval
Symbolic dynamics for unimodal maps of the interval
Symbolic dynamics for bimodal maps of the interval
Symbolic dynamics for Lozi maps*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos cobrem os conceitos e resultados fundamentais da teoria da dinâmica simbólica, incluindo a sua aplicação ao estudo de alguns sistemas dinâmicos no intervalo e no plano, providenciando, de acordo com os objetivos da unidade curricular, uma base sólida de conhecimentos neste domínio.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus covers the fundamental concepts and results of the theory of symbolic dynamics, including their application to the study of some discrete dynamical systems of the interval and of the plane, providing the students with a solid basis and important tools in this domain, in accordance with the aims of the curricular unit.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Serão lecionadas aulas de exposição dos conteúdos da unidade curricular com apresentação de exemplos. A avaliação poderá envolver diferentes componentes tais como testes escritos e relatórios escritos relativos a projetos sobre temas de Dinâmica Simbólica, com apresentação e discussão oral.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

There will be expository sessions with presentation of examples. The evaluation may have different components such as written tests and written reports on Symbolic Dynamics projects, with oral presentation and examination.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino seguidas são aquelas que se consideram adequadas para este nível de estudos numa UC com estas características. A exposição dos conteúdos é organizada de acordo com o programa fixado e os objetivos a alcançar. São apresentados e discutidos exemplos de aplicação da teoria da dinâmica simbólica e da utilização desses métodos no estudo de sistemas dinâmicos no intervalo e no plano. A participação ativa dos estudantes nas aulas, a resolução dos problemas de forma autónoma, é uma componente fundamental do processo de aprendizagem, promovendo a consolidação e desenvolvimento dos conhecimentos nesta área.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodologies followed are those thought to be adequate for a PhD course in this area. The presentation in the lectures is organized in accordance with the syllabus and the intended outcomes, and examples

are given to illustrate the applicability of the theory of symbolic dynamics. The active participation of the students in classes, solving problems and worked examples, is fundamental in the learning process, enabling them to consolidate and deepen the knowledge in this domain.

3.3.9. Bibliografia principal:

D. Lind e B. Marcus, An Introduction to Symbolic Dynamics and Coding, Cambridge University Press (1995)
B. Kitchens, Symbolic Dynamics: One-Sided, Two-Sided and Countable State Markov Shifts, Springer (1998)
J. Milnor e W. Thurston, On iterated maps of the interval. Dynamical systems, Lecture Notes in Math., 1342, 465–563, Springer, Berlin, 1988
R. Adler, Symbolic dynamics and Markov partitions, Bulletin (New Series) of the American Mathematical Society, 35 1-56 (1998)
J.P. Lamprea e J. Sousa Ramos, Symbolic Dynamics of Bimodal Maps, Portugaliae Mathematica, 54, 1-18 (1997)
Y. Ishii, Towards a kneading theory for Lozi mappings, Nonlinearity, 10, 731-748 (1997)

Mapa IV - Teoria Cinética II: modelação matemática e simulação numérica/Kinetic Theory II: mathematical mod...

3.3.1. Unidade curricular:

Teoria Cinética II: modelação matemática e simulação numérica/Kinetic Theory II: mathematical mod...

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Ana Jacinta Pereira Costa Soares 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.
Not defined.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se que os estudantes adquiram os conceitos fundamentais da teoria cinética dos gases para misturas e para gases com reação química e que usem a teoria cinética e a modelação matemática com recurso a técnicas numéricas e de simulação para estudarem alguns problemas da dinâmica de fluidos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

It is expected that the students acquire the fundamental concepts in the kinetic theory of mixtures and for chemically reactive gases and use the kinetic theory and the mathematical modelling based on numerical techniques and simulations to study some problems of the fluido dynamics.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Equação de Boltzmann para misturas. Equação de Boltzmann para gases com reacção química. Modelo BGK (Bhatnagar-Gross-Krook). Problemas da dinâmica de fluidos: propagação de descontinuidades; ondas sonoras; estrutura da onda de choque; soluções de onda de detonação estacionária; estabilidade linear da detonação. Modelação, análise numérica e simulação dos problemas.

3.3.5. Syllabus:

Boltzmann equation for mixtures. Boltzmann equation for chemically reacting gases. BGK (Bhatnagar-Gross-Krook) model. Problems of fluid dynamics: propagation of discontinuities; sound waves; shock-wave structure; steady detonation wave solutions; linear stability of steady detonation. Modelling, numerical analysis and simulation of these problems.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos definidos para a UC focam-se na extensão da teoria cinética a misturas de gases e a gases com reação química, bem como à modelação e simulação numérica de problemas da dinâmica de fluidos, estudados no contexto da teoria cinética. Desta forma, fornecem a preparação de base necessária para a modelação de certos problemas da dinâmica de fluidos no âmbito da teoria cinética, bem como uma introdução à análise numérica e simulação desses problemas.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus defined for this UC is focused on the extension of the kinetic theory to gas mixtures and chemically reacting gases, as well as on the modelling and numerical simulations of problems arising in the fluid dynamics.
Thus, in accordance with the objectives, the syllabus provides the basic ideas necessary to the modelling, in the

context of the kinetic theory, of some problems arising in the fluid dynamics, as well as an introduction to the numerical analysis and simulation of such problems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Metodologias de ensino

Sessões de exposição dos temas.

Sessões de problemas e de trabalhos de grupo.

Sessões de discussão de alguns temas e de alguns artigos.

Sessões de trabalho computacional.

Sessões de exposição dos estudantes.

Avaliação

A avaliação pressupõe a preparação de um relatório final, com componente numérica, e correspondente apresentação e discussão.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Teaching methodologies

Expository sessions.

Sessions of problem solving and group works.

Discussion sessions focused on some topics and on some papers.

Sessions of computational work.

Expository sessions by students.

Evaluation

The evaluation the preparation of a final report, with a computational componente, and corresponding presentation and discussion.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O método expositivo permite a apresentação sistemática dos conceitos e dos temas a estudar. As sessões de discussão permitem que os estudantes esclareçam as suas dúvidas, troquem ideias e desenvolvam outras competências. As sessões de realização de trabalhos e de discussão de alguns artigos servem para consolidar os assuntos e para desenvolver a autonomia dos estudantes. As sessões de trabalho computacional permitem que os estudantes implementem as simulações numéricas a desenvolver na modelação dos problemas.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The expository method allows a systematic presentation of concepts and topics to be studied in the course. The discussion sessions allow students to clarify their doubts, exchange ideas and develop other skills. The sessions of group working and study of some papers allow to consolidate the subjects and help the students to develop autonomous work. Sessions of computational work will be oriented to perform the numerical simulations needed in the modelling of the considered problems.

3.3.9. Bibliografia principal:

[1] C. Cercignani, *Theory and application of the Boltzmann equation*, Scottish Academic Press, 1975.

[2] C. Villani, *A review of mathematical topics in collisional kinetic theory*. In: Friedlander S. and Serre D. (eds.). *Handbook of Mathematical Fluid Dynamics*, vol. 1, pp. 71-305, North-Holland, Elsevier, 2002.

[3] G. M. Kremer, *An introduction to the Boltzmann equation and transport processes in gases*, Springer, Berlin, 2010.

[4] V. Giovangigli, *Multicomponent flow modeling*, Birkhauser, 1999.

[5] Y. Sone, *Molecular Gas Dynamics: Theory, Techniques, and Applications*, Birkhauser, 2007.

Mapa IV - Equações com derivadas parciais Partial Differential Equations

3.3.1. Unidade curricular:

Equações com derivadas parciais Partial Differential Equations

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Lisa Maria de Freitas Santos 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Fernando Augusto Pinto Miranda 21h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- *identificar espaços de Hölder e Sobolev*
- *compreender os teoremas de traço e as imersões de Sobolev*
- *provar existência de solução fraca e forte de equações com derivadas parciais elípticas e parabólicas*
- *aplicar princípios do máximo*
- *compreender a desigualdade de Harnack*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *to identify Hölder and Sobolev spaces*
- *to understand trace and imbedding theorems*
- *to prove existence of weak and strong solutions of elliptic and parabolic partial differential equations*
- *to apply maximum principles*
- *to understand Harnack inequality*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Espaços de Hölder.

Distribuições. Espaços de Sobolev. Traços e imersões. Teoremas de extensão.

Equações com derivadas parciais elípticas de segunda ordem: existência de solução fraca e regularidade. Princípios do máximo e desigualdade de Harnack. Estimativas de Schauder.

Equações com derivadas parciais parabólicas de segunda ordem: existência de solução fraca e regularidade.

Princípios do máximo e desigualdade de Harnack.

Equações parabólicas monótonas.

3.3.5. Syllabus:

Hölder spaces.

Distributions. Sobolev spaces. Traces and imbeddings. Extension theorems.

Second order partial differential elliptic equations: existence of weak solutions and regularity. Maximum principle and Harnack inequality. Schauder estimates.

Second order parabolic equations: existence of weak solutions and regularity. Maximum principle and Harnack inequality.

Monotone parabolic equations.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Nesta unidade curricular pretende-se que os estudantes sejam capazes de trabalhar com equações com derivadas parciais elípticas e parabólicas. Pretende-se ainda que os estudantes conheçam os principais resultados relativos a estes tipos de equações.

Os objetivos de aprendizagem estão de acordo com os conteúdos programáticos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

This course is intended to enable students to work with elliptic and parabolic partial differential equations. Students shall understand the main results related to the study of these problems.

The learning outcomes are in accordance with the syllabus.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Haverá aulas de exposição da matéria pelo docente, seguida de exemplos de aplicação e sugestões para a

resolução de exercícios. Alguns tópicos da matéria serão apresentados pelos estudantes, seguidos de discussão, moderada pelo docente.

Os elementos de avaliação são os seguintes:

- *exposição de tópicos da matéria, pelos estudantes;*
- *resolução autónoma de exercícios propostos;*
- *exame escrito.*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

There will be lectures and class examples. Some topics of the syllabus will be presented by the students, followed by discussion, moderated by the teacher.

The elements of evaluation are:

- *Presentation of topics of the syllabus by students;*
- *Autonomous resolution of the exercises;*
- *Written examination.*

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os métodos utilizados são os métodos usuais em unidades curriculares em que se pretende que os estudantes

adquiram conhecimentos teóricos e os saibam aplicar. Consistem em aulas de exposição da matéria, pelos docentes ou pelos estudantes e em aulas de resolução de exercícios em grupo.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The methods used are the usual in theoretical courses aiming that students know the results and are able to use them, consising in lectures given by the teachers or by the students and classes of exercises solved in groups

3.3.9. Bibliografia principal:

Adams, R. A., Sobolev spaces Academic Press, 1975.

Evans, L. C., Partial differential equations, American Mathematical Society, 1998.

Gilbarg, D., Trudinger, N. S., Elliptic partial differential equations of second order, Springer-Verlag, 2001.

Ladyženskaja, O. A.; Solonnikov, V. A., Ural'ceva, N. N., Linear and quasilinear equations of parabolic type -

Translated from the Russian by S. Smith. Translations of Mathematical Monographs, Vol. 23 American Mathematical Society, 1968

Lions, J.-L., Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires, Dunod, 1969.

Malek, J., Necas, J., Rokyta, M., Ruzicka, M., Weak and measure-valued solutions to evolutionary PDEs, volume 13 de Applied Mathematics and Mathematical Computation. Chapman & Hall, London, 1996.

Mapa IV - Inequações variacionais e quasi-variacionais Variational and quasi-variational inequalities

3.3.1. Unidade curricular:

Inequações variacionais e quasi-variacionais Variational and quasi-variational inequalities

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Lisa Maria de Freitas Santos 10.5h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Fernando Augusto Pinto Miranda 10.5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- *reconhecer que certos problemas são bem formulados utilizando inequações variacionais*
- *saber demonstrar resultados de existência, unicidade e regularidade de solução de inequações variacionais*
- *compreender o conceito de convergência de sucessões de convexas*
- *saber demonstrar existência de solução de alguns problemas quasi-variacionais*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *to recognize that certain problems are well formulated using variational inequalities*
- *to prove results of existence, uniqueness and regularity of solution of variational inequalities*
- *to understand the concept of convergence of sequences of convex sets*
- *to prove existence of solution of some quasi-variational problems*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Teorema da projeção e Teorema de Lions-Stampacchia.

O problema do obstáculo e desigualdades de Lewy-Stampacchia.

Convergência de conjuntos convexas segundo Mosco.

Teoremas de ponto fixo.

Métodos de penalização.

Inequações quasi-variacionais.

3.3.5. Syllabus:

Projection theorem and Lions-Stampacchia theorem.

The obstacle problem and Lewy-Stampacchia inequalities.

Mosco convergence of convex sets.

Fixed point theorems.

Penalization methods.

Quasi-variational inequalities.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Nesta unidade curricular pretende-se que os estudantes sejam capazes de trabalhar com inequações variacionais. Pretende-se ainda que os estudantes conheçam os principais resultados relativos ao estudo destes

problemas.

Os objetivos de aprendizagem estão de acordo com os conteúdos programáticos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

This course is intended to enable students to work with variational inequalities. Students shall understand the main results related to the study of these problems.

The learning outcomes are in accordance with the syllabus.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Haverá aulas de exposição da matéria pelo docente, seguida de exemplos de aplicação e sugestões para a resolução de exercícios. Alguns tópicos da matéria serão apresentados pelos estudantes, seguidos de discussão, moderada pelo docente.

Os elementos de avaliação são os seguintes:

- *exposição de tópicos da matéria, pelos estudantes;*
- *resolução autónoma de exercícios propostos;*
- *exame escrito.*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

There will be lectures and class examples. Some topics of the syllabus will be presented by the students, followed by discussion, moderated by the teacher.

The elements of evaluation are:

- *Presentation of topics of the syllabus by students;*
- *Autonomous resolution of the exercises;*
- *Written examination.*

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os métodos utilizados são os métodos usuais em unidades curriculares em que se pretende que os estudantes adquiram conhecimentos teóricos e os saibam aplicar. Consistem em aulas de exposição da matéria, pelos docentes ou pelos estudantes e em aulas de resolução de exercícios em grupo.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The methods used are the usual in theoretical courses aiming that students know the results and are able to use them, consisting in lectures given by the teachers or by the students and classes of exercises solved in groups

3.3.9. Bibliografia principal:

Adams, R. A., Sobolev spaces Academic Press, 1975.

Baiocchi, C., Capelo, A., Variational and quasivariational inequalities, John Wiley & Sons, 1984.

Kinderlehrer, D., Stampacchia, G., An introduction to variational inequalities and their applications, Academic Press, 1980.

Rodrigues, J.-F., Obstacle problems in mathematical physics, North-Holland Publishing Co., 1987.

Mapa IV - Teoria Cinética II: modelação matemática e simulação numérica/Kinetic Theory II: mathematical ...

3.3.1. Unidade curricular:

Teoria Cinética II: modelação matemática e simulação numérica/Kinetic Theory II: mathematical ...

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Ana Jacinta Pereira Costa Soares 42h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se que os estudantes adquiram os conceitos fundamentais da teoria cinética dos gases e se familiarizem com a linguagem própria desta área bem como com algumas das técnicas mais usadas na investigação que atualmente se desenvolve nesta área.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

It is expected that the students acquire the fundamental concepts in the kinetic theory of gases and become

familiar with the language proper of this area as well as with some of the techniques used in the research activity currently developed in the area.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Princípios básicos: função de distribuição de velocidades; dinâmica das colisões; invariantes de colisão; equação de Boltzmann; operador de colisão. Descrição macroscópica: variáveis macroscópicas; equação de transporte; equações de balanço; leis de conservação. Equilíbrio: estados de equilíbrio; função de distribuição maxwelliana; teorema-H de Boltzmann; entropia. Equação de Boltzmann linearizada. Propriedades. Equação de Boltzmann espacialmente homogênea. Propriedades. Solução da equação de Boltzmann: teoremas de existência e unicidade; comportamento assintótico da solução. Métodos de solução da equação de Boltzmann: método de Chapman-Enskog; coeficientes e fluxos de transporte.

3.3.5. Syllabus:

Basic principles: velocity distribution function; collisional dynamics; collisional invariants; Boltzmann equation; collisional operator. Macroscopic description: macroscopic variables; transport equation; balance equations; conservation laws. Equilibrium: equilibrium states; Maxwellian distribution function; Boltzmann H-theorem; entropy. Linearized Boltzmann equation. Properties. Homogeneous Boltzmann equation. Properties. Solution of the Boltzmann equation: existence and uniqueness results; asymptotic behavior of the solution. Solution methods of the solution of the Boltzmann equation: Chapman-Enskog method; transport coefficients and transport fluxes.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos definidos para a UC focam-se nos conceitos fundamentais da teoria cinética dos gases, nos princípios básicos e em alguns dos problemas centrais que surgem no âmbito desta teoria e que requerem o recurso a técnicas frequentemente utilizadas. Desta forma, asseguram, de acordo com os objetivos definidos, que os estudantes adquiram uma preparação inicial sólida para prosseguirem estudos na área.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus defined for this UC is focused on the fundamental concepts of the kinetic theory of gases, on the basic principles and on some of the central problems that arise in the context of this theory and require the use of typical techniques and tools. Thus, in accordance with the objectives, the syllabus provides to the students a consistent preparation in order to pursue their studies in the area.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*Metodologias de ensino
Sessões de exposição dos temas.
Sessões de resolução de problemas.
Realização de trabalhos individuais e de trabalhos de grupo.
Sessões de discussão de alguns temas e de alguns artigos.
Sessões de exposição dos estudantes.*

Avaliação

A avaliação pressupõe a resolução de alguns problemas e de preparação de um relatório final com exposição e discussão.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

*Teaching methodologies
Expository sessions.
Problem-solving sessions.
Supervision of individual and group works.
Discussion sessions focused on some topics and on some papers.
Expository sessions by students.*

Evaluation

The evaluation requires the answers to some prescribed problems, preparation of a final report with presentation and discussion.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O método expositivo permite a apresentação sistemática dos conceitos e dos temas a estudar. As sessões de resolução de problemas e de discussão permitem que os estudantes esclareçam as suas dúvidas, troquem ideias e desenvolvam outras competências. As sessões de realização de trabalhos e de discussão de alguns artigos servem para consolidar os assuntos, para iniciar os estudantes em atividade de investigação e para desenvolver a sua autonomia.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The expository method allows a systematic presentation of concepts and topics to be studied in the course. The sessions of problem solving and discussion allow students to clarify their doubts, exchange ideas and develop other skills. The sessions of individual and group working and study of some papers allow to consolidate the subjects, initiate the students in the research activity and help the students to develop autonomous work.

3.3.9. Bibliografia principal:

- [1] C. Cercignani, *Theory and application of the Boltzmann equation*, Scottish Academic Press, 1975.
- [2] C. Villani, *A review of mathematical topics in collisional kinetic theory*. In: Friedlander S. and Serre D. (eds.). *Handbook of Mathematical Fluid Dynamics*, vol. 1, pp. 71-305, North-Holland, Elsevier, 2002.
- [3] G. M. Kremer, *An introduction to the Boltzmann equation and transport processes in gases*, Springer, Berlin, 2010.
- [4] V. Giovangigli, *Multicomponent flow modeling*, Birkhauser, 1999.
- [5] Y. Sone, *Molecular Gas Dynamics: Theory, Techniques, and Applications*, Birkhauser, 2007.

Mapa IV - Álgebra Linear Numérica / Numerical Linear Algebra

3.3.1. Unidade curricular:

Álgebra Linear Numérica / Numerical Linear Algebra

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Rui Manuel Silva Ralha 42h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se que, no final da aprendizagem, os estudantes sejam capazes de:

- *Apreciar de forma crítica as vantagens e desvantagens dos algoritmos estudados para resolver problemas de Álgebra Linear Numérica;*
- *Analisar a estabilidade numérica de alguns algoritmos;*
- *Determinar se, para cada conjunto concreto de dados, o problema é bem ou mal condicionado;*
- *Conhecer e aplicar as condições de convergência de um algoritmo iterativo;*
- *Implementar numa linguagem de programação um algoritmo da Álgebra Linear Numérica;*
- *Avaliar a qualidade dos resultados produzidos pelos códigos em testes numéricos;*
- *Reformular um algoritmo da Álgebra Linear Numérica por forma a usar o mais possível módulos de nível 3 da BLAS;*
- *Desenvolver um projeto sobre um dos temas estudados, escrever um relatório e defendê-lo oralmente.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

It is expected that, as the result of the learning process in this curricular unit, the students will be able to:

- *Make a balance of the advantages and disadvantages of studied algorithms for solving numerical linear algebra problems;*
- *Investigate the numerical stability of some algorithms;*
- *Decide, for each particular data set, if the given problem is well conditioned or badly conditioned;*
- *Know and use the convergence properties of an iterative algorithm;*
- *Produce a computing code for a studied algorithm;*
- *Evaluate the quality of the output of such codes for particular numerical experiments;*
- *Reformulate algorithms to make them as richer as possible in BLAS3 operations;*
- *Develop a project on some of the syllabus's topics, write a report and discuss it in an oral examination.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Erros no cálculo matricial

Análise dos erros em operações básicas com matrizes. Condicionamento de sistemas de equações e de valores e vetores próprios.

Algoritmos por blocos

Matrizes de permutação, de eliminação Gaussiana, de Givens e de Householder. Decomposições LU, QR e de Choleski. Pivotação. Versões por blocos. Os módulos da BLAS.

Sistemas de equações lineares

Armazenamento de matrizes esparsas. Métodos iterativos para a resolução de sistemas esparsos. Métodos básicos de Jacobi, de Gauss-Seidel e SOR. Métodos que usam subespaços de Krylov. Técnicas de pré-condicionamento.

Valores e vetores próprios

Redução de uma matriz às formas semelhantes de Hessenberg e tridiagonal. Os métodos QR e da bissecção. O método das potências e o método da iteração inversa. Os métodos de Lanczos e de Arnoldi.

Valores singulares

A decomposição em valores singulares (SVD). Redução à forma bidiagonal (métodos de Golub-Kahan e de Lanczos). Métodos do tipo QR e da bissecção para o problema bidiagonal.

3.3.5. Syllabus:***Errors in matrix computations***

Error analysis in basic matrix computations. Backward error analysis. Conditioning of linear systems and of eigenvalues and eigenvectors

Block algorithms

Permutation matrices, Gaussian elimination matrices, Givens' matrices and Householder's matrices. LU, QR and Choleski decompositions. Block versions of the decompositions. The routines from BLAS

Systems of linear equations

Sparse matrices storage. Iterative methods for sparse systems. The basic methods of Jacobi, Gauss-Seidel and SOR. Krylov-type methods. Preconditioning techniques

Eigenvalues and eigenvectors

Orthogonal similarity reductions to Hessenberg and tridiagonal forms. The QR method. The bisection method for symmetric tridiagonal matrices. The power method and inverse iteration. Lanczos' and Arnoldi methods

Singular values

The singular value decomposition (SVD). The Golub-Kahan and Lanczos methods for the reduction to bidiagonal form. QR-type and bisection methods for the bidiagonal SVD problem

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O objetivo geral da unidade curricular é o de familiarizar os estudantes com alguns dos algoritmos mais usados na resolução de sistemas de equações e em problemas de valores próprios e de valores singulares, tanto para matrizes densas como para matrizes esparsas. O campo é vasto e a lista dos algoritmos que se apresentam no campo anterior de "Conteúdos" para os diferentes problemas, embora seja uma seleção criteriosa, pode ser alterada (por exemplo, adaptada aos interesses dos estudantes ou determinada por ligação com necessidades de outras unidades curriculares por eles escolhidas). Os objetivos anteriormente definidos são suficientemente gerais por forma a não sofrerem alteração em tal caso, passando a dizer respeito a outra lista de algoritmos. A estabilidade numérica dos algoritmos, o condicionamento dos problemas e a convergência de processos iterativos são temas universais da Álgebra Linear Numérica. Também é importante desenvolver nos estudantes competências para usar, produzir e testar códigos e estes aspetos, de natureza mais computacional, merecem também atenção cuidada.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The main goal of this curricular unit is to make the students familiar with some of the more popular algorithms for solving systems of linear equations, eigenvalue and singular value problems, both for dense and sparse matrices. There are many algorithms in this area and in the "Syllabus" we have included a selection which, in our view, is well representative of the state-of-the-art. This list, however, may be changed according to certain needs (to match the students' own interests or to support the needs of another curricular unit). Therefore, the learning outcomes are general enough as to apply to a different list of algorithms. The numerical stability of algorithms, the conditioning of problems and convergence of iterative methods are universal issues in numerical linear algebra. It is also important to develop the ability of the students to use, produce and test

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Serão efectuadas exposições dos conteúdos da unidade curricular com apresentação de exemplos. As aulas deverão decorrer em laboratório de computação e será utilizado sistema computacional adequado à natureza e objetivos da uc (por exemplo, Matlab ou Octave). Também serão apresentados códigos que implementam os algoritmos estudados e analisados os resultados obtidos. A avaliação poderá envolver diferentes componentes tais como testes escritos (para os aspetos mais teóricos), resolução de problemas ou relatórios escritos relativos a projetos sobre temas de Álgebra Linear Numérica, com apresentação e discussão oral.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

There will be expository sessions with presentation of numerical examples. All sessions will take place in a computing lab and an appropriate system (Matlab or Octave are a good choice) will be used extensively. Codes related to the algorithms studied will be presented and an analysis of their numerical results will be carried out. The evaluation may include different components such as written tests (for the more theoretical aspects of the syllabus), problem solving tests or written reports on numerical linear algebra projects, with oral presentation and examination.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade

curricular:

O facto das aulas decorrerem em laboratório de computação, com utilização de sistema apropriado para a computação com matrizes, é um aspeto essencial porque permite aos estudantes reproduzir facilmente os exemplos apresentados pelo professor. Os exemplos serão, com efeito, uma parte importante das aulas e suscitarão problemas que poderão ser lançados como desafios aos estudantes, procurando envolvê-los de uma forma ativa. Para este propósito, mencionamos como excelentes opções os sistemas Matlab (proprietário) e Octave (de domínio público) por serem especialmente adequados para a computação com matrizes, fáceis de usar e terem interfaces gráficas de boa qualidade. Na verdade se a implementação dos algoritmos é um dos objetivos definidos, também é importante que os estudantes não despendam nas tarefas de programação demasiado tempo em detrimento dos aspetos mais nobres (matemáticos) dos problemas.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Having all sessions taking place in a computing lab and using a system which is highly suited for matrix computations is important since it allows the students to reproduce in their own computer the examples presented by the lecturer. Practical examples will play, therefore, an important role in the learning process. Furthermore, there will be opportunity for the lecturer to challenge the students with related problems where the computer will be an essential tool. To create this kind of environment, we judge Matlab (proprietary) and Octave (public domain) to be especially adequate because they are easy to use and have good quality graphic interfaces. In fact, we expect the students to develop codes for the studied algorithms but it is important that not too much time is wasted in this task, sacrificing time that should be devoted to more noble (mathematical) aspects of the problems.

3.3.9. Bibliografia principal:

- [1] Golub, Gene H.; van Loan, Charles F. (1996), *Matrix Computations*, 3rd edition, Johns Hopkins University Press.
- [2] Bau III, David; Trefethen, Lloyd N. (1997), *Numerical linear algebra*, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [3] Demmel, James (1997), *Applied Numerical Linear Algebra*, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [4] Saad, Y. (2003), *Iterative methods for sparse linear systems*, 2nd edition, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [5] Saad, Y. (2011), *Numerical methods for large eigenvalue problems*, 2nd edition, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [6] Z. Bai, J. Demmel, J. Dongarra, A. Ruhe and H. van der Vorst, editors, (2000), *Templates for the solution of Algebraic Eigenvalue Problems: A Practical Guide*, Society for Industrial and Applied Mathematics.

Mapa IV - Tópicos de Análise Numérica /Topics in Numerical Analysis**3.3.1. Unidade curricular:**

Tópicos de Análise Numérica /Topics in Numerical Analysis

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Joana Feijão Ehrhardt Soares 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

O principal objetivo desta UC é "revisitar" alguns tópicos usualmente lecionados numa UC introdutória de Análise Numérica, mas com um formalismo e nível de profundidade diferente do habitual. A escolha dos tópicos indicados é dada a título de exemplo, podendo o conteúdo ser ajustado aos interesses/perfil dos estudantes. No final da UC o estudante deve ser capaz de:

- 1. interpretar os erros de um resultado numérico em termos do condicionamento do problema e da estabilidade numérica do algoritmo usado;*
- 2. conhecer a fundamentação teórica de alguns métodos numéricos clássicos;*
- 3. implementar alguns dos métodos estudados, usando um sistema computacional apropriado;*
- 4. selecionar as ferramentas computacionais adequadas à resolução de problemas concretos;*
- 5. desenvolver espírito crítico e capacidade de trabalho autónomo.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The main purpose of this curricular unit is to "revisit" some topics of numerical analysis, usually taught in an introductory course, but in a much deeper and formal way. The topics chosen are given as an example, and the actual contents may be adjusted to the interest/needs of the students. After completing this curricular unit, the student should be able to:

- 1. interpret the errors of a numerical result in terms of the conditioning of the problem and the stability of the numerical algorithm used;*

2. *know the theoretical foundations of some classical numerical methods;*
3. *implement some of the numerical methods studied in an appropriate computational system;*
4. *select the appropriate computational tools to solve specific problems;*
5. *develop critical sense and capacity of autonomous work.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Erros e estabilidade

Sistemas de numeração de máquina. Erros e sua propagação. Estabilidade e condicionamento.

Interpolação e Aproximação

O problema geral de interpolação. Interpolação de Lagrange e de Hermite. Splines. Interpolação por polinómios trigonométricos. Séries de Fourier.

Melhor aproximação em espaços com produto interno. Aproximação de mínimos quadrados. Aproximação polinomial minimax.

Quadratura

Regras de Newton-Cotes. Teorema do núcleo de Peano. Regras de Gauss-Christoffel. Polinómios ortogonais clássicos. Regras de quadratura Gaussiana. Métodos de extrapolação.

Sistemas Lineares

Métodos diretos para a resolução de sistemas lineares: resolução de sistemas triangulares; método de Gauss; decomposição LU; decomposição de Cholesky. Condicionamento.

Equações Não Lineares

Métodos iterativos para a resolução de uma equação não linear. Métodos do ponto fixo, secante e Newton. Raízes múltiplas. Sistemas de equações não lineares: método de Newton e variantes.

3.3.5. Syllabus:

Errors and stability

Floating point systems. Errors and their propagation. Stability and conditioning.

Interpolation and Approximation

The general problem of interpolation. Lagrange and Hermite polynomial interpolation. Splines. Trigonometric interpolation. Fourier series.

The problem of best approximation. Best approximation in inner product spaces. Least square approximation. Minimax approximation.

Quadrature

Newton-Cotes rules (simple, composite and adaptative). Peano kernel theorem. Gauss-Christoffel rules. Classical orthogonal polynomials. Gaussian quadrature. Extrapolation methods.

Linear Systems

Direct methods for solving linear systems: triangular systems; Gaussian elimination; LU decomposition; Cholesky decomposition. Conditioning.

Nonlinear Equations

Iterative methods for solving scalar nonlinear equations. Fixed point iteration. Secant method. Newton's method.

Multiple roots. Nonlinear systems: Newton's method and some variants.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Pretende-se que o estudante conheça com profundidade os principais métodos numéricos clássicos e adquira sensibilidade para os problemas inerentes à sua implementação em computador. Os conteúdos programáticos sugeridos, incluindo tópicos de erros e estabilidade, interpolação e aproximação, quadratura e resolução numérica de equações lineares e não lineares são adequados para esse objetivo.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The students must acquire a deep understanding of the main classical numerical methods and of the problems resulting from their implementation on a computer. The topics selected are adequate for that purpose.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas de exposição da matéria teórica; aulas tutoriais com resolução de exercícios, problemas e discussão da matéria, em laboratório de software.

Avaliação periódica com testes e resolução de trabalhos (com programação de alguns dos métodos estudados).

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures, exercises and lab classes, with software manipulation whenever appropriate.

Partial tests and homework (including programming some of the methods studied).

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conceitos lecionados, as ilustrações com exemplos e a prática com resolução de exercícios e trabalhos a

desenvolver pelos estudantes destinam-se a cumprir os objetivos listados acima de conhecimento aprofundado dos principais métodos numéricos e dos problemas inerentes à sua implementação em computador.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The lectures, examples and practical homework are focused in dealing with the main classical numerical methods and their implementation on a computer, such as required.

3.3.9. Bibliografia principal:

[1] K. E. Atkinson and W. Han, Theoretical Numerical Analysis: A Functional Analysis Framework (2nd Ed.), Springer, 2005

[2] N. H. Higham, Accuracy and Stability in Numerical Algorithms (2nd Ed.), SIAM, 2002

[3] L. Ridgway Scott, Numerical Analysis, Princeton University Press, 2011

[4] J. Stoer and R. Bulirsch, Introduction to Numerical Analysis (3rd Ed.), Springer, 2002

Mapa IV - Geometria Lorentziana/Lorentzian Geometry

3.3.1. Unidade curricular:

Geometria Lorentziana/Lorentzian Geometry

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Filipe Artur Pacheco Neves Carteado Mena 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Adquirir noções de Geometria Lorentziana incluindo a análise geométrica do espaço-tempo de Minkowski, teoria da causalidade e hiperbolicidade.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Acquire basic notions on Lorentzian Geometry including the geometric analysis of Minkowski spacetime, causality theory and hyperbolicity.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Variedades Lorentzianas. Teoria da causalidade, grupos de isometria. Geometria de Minkowski. Completude e extendabilidade. Singularidades. Hiperbolicidade.

3.3.5. Syllabus:

Lorentzian manifolds. Causality theory, isometry groups. Minkowski Geometry. Completeness and extendability. Singularities. Hyperbolicity.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos incluem uma introdução às variedades Lorentzianas, uma análise da geometria do espaço-tempo de Minkowski assim como noções de extendabilidade de geodésicas e hiperbolicidade.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus includes an introduction to Lorentzian manifolds, a geometric analysis of Minkowski spacetime as well as notions of geodesic extendability and hyperbolicity.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teóricas e aulas de resolução de exercícios. Avaliação por trabalhos de casa e/ou testes.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Theory classes and exercise classes. Evaluation by homework and/or tests.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas teóricas servirão para apresentar a matéria da UC. As aulas de resolução de exercícios servirão para

consolidar os conhecimentos entretanto adquiridos pelos estudantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The theoretical classes will be used to introduce the course contents. The exercise classes will help to consolidate the students's knowledge.

3.3.9. Bibliografia principal:

- O'Neill, B., *Semi-Riemannian Geometry with applications to Relativity*, New York, Academic Press, 1983.
- Beem, J K, Ehrlich P E, Easley K L, *Global Lorentzian Geometry*, Chapman and Hall, 1996
- Choquet-Bruhat, I, *General Relativity and the Einstein Equations*, Oxford University Press, 2009
- Hawking S, Ellis G R F, *The large scale structure of spacetime*, Cambridge University Press, 2006

Mapa IV - Geometria Riemanniana/Riemannian Geometry

3.3.1. Unidade curricular:

Geometria Riemanniana/Riemannian Geometry

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Filipe Artur Pacheco Neves Carteador Mena 10.5h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Domenico Antonino Catalano 10.5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Adquirir noções básicas de Geometria Riemanniana incluindo uma introdução ao cálculo tensorial e alguns teoremas clássicos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Acquire basic notions on Riemannian Geometry including an introduction to tensor calculus and some classical theorems.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Métricas riemannianas. Conexão de Levi-Civita. Geodésicas. Vizinhanças normais. Tensor de Curvatura. Derivada covariante de tensores. Campos de Jacobi e pontos conjugados. Imersões isométricas; equações de Gauss, Ricci e Codazzi. Variedades riemannianas completas; Teorema de Hopf-Rinow, teorema de Hadamard.

3.3.5. Syllabus:

Riemannian metrics. Levi-Civita connection. Geodesics. Normal neighborhoods. Curvature Tensor. Covariant derivation of tensors. Jacobi fields and conjugated points. Isometric immersions; Gauss, Ricci and Codazzi equations. Complete Riemannian manifolds; Hopf-Rinow theorem, Hadamard's theorem.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos incluem matérias introdutórias à Geometria Riemanniana, tais como a derivada covariante de tensores, e resultados clássicos, tais como o Teorema de Hopf-Rinow.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus includes an introduction to basic concepts of Riemannian Geometry, such as the covariant derivative of tensors, and classical results, such as the Hopf-Rinow Theorem.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teóricas e aulas de resolução de exercícios. Avaliação por trabalhos de casa e/ou testes.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Theory classes and exercise classes. Evaluation by homework and/or tests.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas teóricas servirão para apresentar a matéria da UC. As aulas de resolução de exercícios servirão para

consolidar os conhecimentos entretanto adquiridos pelos estudantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The theoretical classes will be used to introduce the course contents. The exercise classes will help to consolidate the students's knowledge.

3.3.9. Bibliografia principal:

-do Carmo, M., Geometria Riemanniana, Rio de Janeiro, IMPA, Projeto Euclides, 1979.

-L. Godinho, J. Natário, An Introduction to Riemannian Geometry with Applications to Mechanics and Relativity, Springer, 2013

- W. Boothby, An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry, Academic Press (2003)

Mapa IV - Métodos Geométricos Avançados da Física/Advanced Geometrical Methods of Physics

3.3.1. Unidade curricular:

Métodos Geométricos Avançados da Física/Advanced Geometrical Methods of Physics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Filipe Artur Pacheco Neves Carteado Mena 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Conhecer alguns métodos avançados da Geometria Diferencial incluindo formas diferenciais e cálculo exterior, álgebras e grupos de Lie, assim como alguns exemplos de suas aplicações na Física.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

To know some advanced methods of differential geometry including differential forms and exterior calculus, Lie groups and algebra,s as well as some examples of their application in Physics.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Variedades diferenciáveis, fibrados, formas diferenciais, cálculo exterior, tensores, derivada de Lie, Teorema de Frobenius, noções de álgebras e grupos de Lie, o mapa exponencial, grupo unitário, grupo orthogonal, decomposições. Aplicações à Física.

3.3.5. Syllabus:

Differentiable manifolds, fiber bundles, differential forms, exterior calculus, tensors, Lie derivative, Frobenius theorem, notions of Lie groups and algebras, the exponential map, unitary group, orthogonal group, decompositions. Applications to Physics.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos incluem uma introdução ao cálculo exterior onde se inclui o clássico teorema de Frobenius. Inclui também uma introdução com matérias clássicas sobre álgebras e grupos de Lie.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus includes an introduction to exterior calculus including classical Frobenius Theorem. Also includes a classical introduction to Lie groups and algebras.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teóricas e aulas de resolução de exercícios. Avaliação por trabalhos de casa e/ou testes.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Theory classes and exercise classes. Evaluation by homework and/or tests.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas teóricas servirão para apresentar a matéria da UC. As aulas de resolução de exercícios servirão para

consolidar os conhecimentos entretanto adquiridos pelos estudantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The theoretical classes will be used to introduce the course contents. The exercise classes will help to consolidate the students's knowledge.

3.3.9. Bibliografia principal:

- Schutz B, *Geometrical Methods of Mathematical Physics*, Cambridge University Press, 1999
- Oliwa, W., *Geometric Mechanics*, Springer, 2002
- Agricola I, Friedrich T, *Global Analysis: Differential forms in Analysis, Geometry and Physics*, American Mathematical Society, 2002
- Choquet-Bruhat, I, *General Relativity and the Einstein Equations*, Oxford University Press, 2009

Mapa IV - Relatividade Matemática /Mathematical Relativity

3.3.1. Unidade curricular:

Relatividade Matemática /Mathematical Relativity

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
Estelita Graça Lopes Rodrigues Vaz 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
Conhecer alguns tópicos avançados da Teoria da Relatividade Geral do ponto de vista matemático, tais como os célebres teoremas de singularidades e alguns teoremas sobre a existência e unicidade de soluções das equações de Einstein.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
To know some advanced topics of General Relativity from a mathematical point of view, such as the famous singularity theorems and some theorems about the existence and uniqueness of solutions to the Einstein Equations.

3.3.5. Conteúdos programáticos:
Compactificação conforme do espaço-tempo e diagramas de Penrose. Causalidade e hiperbolicidade global. Teoremas de singularidades de Hawking e Penrose. Decomposição 3+1 e o problema de Cauchy para as Equações de Einstein. Teorema de Choquet-Bruhat. Perturbações e Estabilidade.

3.3.5. Syllabus:
Conformal compactification of spacetime and Penrose diagrams, Causality and global hyperbolicity. Singularity theorems of Hawking and Penrose. 3+1 decomposition and the Cauchy problem for the Einstein Equations. Choquet-Bruhat theorem. Perturbations and stability.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
Os conteúdos programáticos incluem resultados clássicos da relatividade matemática tais como os teoremas de singularidades de Hawking e Penrose assim como o Teorema de Choquet-Bruhat sobre a existência de soluções para Equações de Einstein.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The syllabus contains classical results of mathematical relativity such as the singularity theorems of Hawking and Penrose as well as the Choquet-Bruhat Theorem about the existence of solutions to the Einstein Equations.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):
Aulas teóricas e aulas de resolução de exercícios. Avaliação por trabalhos de casa e/ou testes.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):
Theory classes and exercise classes. Evaluation by homework and/or tests.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas teóricas servirão para apresentar a matéria da UC. As aulas de resolução de exercícios servirão para consolidar os conhecimentos entretanto adquiridos pelos estudantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The theoretical classes will be used to introduce the course contents. The exercise classes will help to consolidate the students's knowledge.

3.3.9. Bibliografia principal:

-Wald, R, General Relativity, University of Chicago Press, 1984

-Hawking S, Ellis G R F, The large scale structure of spacetime, Cambridge University Press, 2006

-Choquet-Bruhat, I, General Relativity and the Einstein Equations, Oxford University Press, 2009

Mapa IV - Tópicos de Geometria Diferencial/Topics of Differential Geometry

3.3.1. Unidade curricular:

Tópicos de Geometria Diferencial/Topics of Differential Geometry

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Filipe Artur Pacheco Neves Carteador Mena 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Conhecer alguns métodos avançados da Geometria Diferencial incluindo cálculo de spinores, métodos e aplicações da geometria conforme e da análise geométrica.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

To know some advanced methods of differential geometry including spinor calculus, methods and applications of conformal geometry and of geometric analysis.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Algebra de spinors, Classificação de Petrov, análise de spinores, formalismo de Newmann-Penrose, Teorema de Golberg-Sachs. Transformações conformes, Infinito conforme. Análise assintótica no espaço de Minkowski. Operadores conformalmente invariantes. Equações de Einstein conformes: problema com valores iniciais característico: o caso de vácuo.

3.3.5. Syllabus:

Spinor algebra, The Petrov classification, spinor analysis, Newmann-Penrose formalism, Golberg-Sachs Theorem. Conformal transformations, Conformal infinity. Asymptotics in Minkowski space. Conformally invariant operators. Conformal Einstein equations: the characteristic initial value problem; the vacuum case.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos incluem métodos da análise de spinores assim a sua aplicação a problemas da Análise Geométrica tais como o problema de Cauchy característico para as Equações de Einstein. É desejável algum conhecimento prévio de Variedades, Geometria Riemanniana e Cálculo Tensorial.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus includes spinor analysis as well as its applications to problems of Geometric analysis such as the characteristic Cauchy problem for the Einstein equations. It is desirable some previous knowledge about Manifolds, Riemannian Geometry and Tensor Calculus.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teóricas e aulas de resolução de exercícios. Avaliação por trabalhos de casa e/ou testes.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Theory classes and exercise classes. Evaluation by homework and/or tests.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas teóricas servirão para apresentar a matéria da UC. As aulas de resolução de exercícios servirão para consolidar os conhecimentos entretanto adquiridos pelos estudantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The theoretical classes will be used to introduce the course contents. The exercise classes will help to consolidate the students's knowledge.

3.3.9. Bibliografia principal:

- Penrose R, Rindler, W, *Spinors and spacetime*, Cambridge University Press, 1999
- Stewart, J., *Advanced General Relativity*, Cambridge University Press, 1996
- Valiente Kroon., J A, *Conformal methods in General Relativity*. Cambridge University Press, due in 2015
- Choquet-Bruhat, I, *General Relativity and the Einstein Equations*, Oxford University Press, 2009

Mapa IV - Topologia Algébrica / Algebraic Topology**3.3.1. Unidade curricular:**

Topologia Algébrica / Algebraic Topology

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Thomas Walter Kahl 14h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Lucile Arlette Guilaine Vandembroucq 7h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Nesta unidade curricular pretende-se introduzir os conceitos e resultados básicos da Topologia Algébrica. No final do semestre os estudantes deverão ser capazes de:

- Definir e explicar os principais conceitos da teoria de homotopia elementar;
- Definir grupos de homologia e de cohomologia;
- Enunciar e explicar os resultados fundamentais sobre homologia e cohomologia;
- Definir grupos de homotopia;
- Enunciar e explicar os resultados fundamentais sobre grupos de homotopia;
- Calcular grupos de homologia, cohomologia e homotopia em casos simples.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The aim of this course is to introduce the basic concepts and results of Algebraic Topology. Upon completion of the course, students should be able to:

- Define and explain the main concepts of elementary homotopy theory;
- Define homology and cohomology groups;
- State and explain the fundamental results on homology and cohomology;
- Define homotopy groups;
- State and explain the fundamental results on homotopy groups;
- Compute homology, cohomology and homotopy groups in simple cases.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

*Homotopia.
Fibrações e cofibrações.
CW-complexos.
Homologia.
Cohomologia.
Grupos de homotopia.*

3.3.5. Syllabus:

*Homotopy
Fibrations and cofibrations.
CW-complexes.*

*Homology.
Cohomology.
Homotopy groups.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os itens dos conteúdos programáticos correspondem aos conhecimentos previstos nos objetivos da UC. As aptidões e competências correspondem ao domínio desses conteúdos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The items of the syllabus correspond to the knowledge mentioned in the objectives of the CU. The skills and competencies correspond to the domination of this content.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A unidade curricular está dividida entre aulas teórico-práticas e aulas de orientação tutorial. Nas aulas teórico-práticas os conteúdos do programa são expostos e ilustrados através de exemplos. Sempre que possível, o estudo das demonstrações dos teoremas é feito de maneira autónoma pelos estudantes. As aulas de orientação tutorial destinam-se à apresentação do trabalho autónomo efetuado pelos estudantes, ao esclarecimento de dúvidas e ao enquadramento pelo docente dos trabalhos de leitura a efetuar pelos estudantes.

A avaliação é baseada num teste escrito e no grau de autonomia de estudo do estudante na resolução de exercícios na aula e nos trabalhos de casa..

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The course is divided between theory and practice classes and tutorial advisory classes. In the theory and practice classes, the contents of the program are exposed and illustrated by examples. Whenever possible, the study of the proofs of the theorems is done independently by students. The tutorial advisory classes are devoted to the presentation of the autonomous work done by the students, to the discussion of questions and to the orientation by the teacher of the work to be carried out by the students in classroom exercises and homework.

The assessment is based on a written test and the degree of autonomy of the student's study.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Para os estudantes poderem atingir os objetivos de aprendizagem é preciso que adquiram uma compreensão sólida dos conteúdos programáticos. A exposição da teoria e de exemplos por parte do docente nas aulas teórico-práticas é essencial para a compreensão dos conteúdos. As matérias são aprofundadas pelos estudantes de maneira autónoma através do estudo de demonstrações em livros. Esta metodologia contribua para o desenvolvimento de um processo de aprendizagem autónoma eficiente, indispensável para a realização de atividades de investigação.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

In order to be able to achieve the learning objectives, students need to acquire a solid understanding of the topics of the course. The exposition of the theory and examples by the teacher in the theory and practice classes is essential for the understanding of the subjects of the course. The material is to be deepened by students autonomously through the study of proofs in books. This methodology contributes to the development of an efficient autonomous learning process, which is essential for conducting research activities.

3.3.9. Bibliografia principal:

*M. Aguilar, S. Gitler, C. Prieto, Algebraic Topology from a Homotopical Viewpoint, Universitext, Springer, 2001.
A. Hatcher, Algebraic Topology, Cambridge University Press, 2001.
J.J. Rotman, An Introduction to Algebraic Topology, Graduate Texts in Mathematics 119, Springer-Verlag, 1988.
E.H. Spanier, Algebraic Topology, Springer-Verlag, 1966.*

Mapa IV - Análise de Dados Espaciais/Spatial data analysis

3.3.1. Unidade curricular:

Análise de Dados Espaciais/Spatial data analysis

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Raquel Menezes da Mota Leite 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:*n.a.***3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):**

- *Identificar o contexto de aplicação dos processos estocásticos espaciais (e espaço-temporais).*
- *Interpretar a análise exploratória de dados espaciais, permitindo a identificação adequada de modelos.*
- *Determinar como decorre a estimação dos parâmetros do modelo e a predição espacial (por ex. pela construção de mapas).*
- *Interpretar resultados obtidos de um modelo de estatística espacial num contexto prático.*
- *Compreender conceitos fundamentais da modelação simultânea da dependência espacial e temporal.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *Identify the application context of spatial (or spatio-temporal) stochastic processes.*
- *Interpret the results of a spatial exploratory analysis, allowing for the identification of suitable models.*
- *Be able to proceed with estimation of model's parameters and spatial prediction (e.g. construction of risk maps).*
- *Interpret the results of the application of a spatial model in practical context.*
- *Understand the fundamental concepts of modeling simultaneously spatial and temporal dependence.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

- *Identificação de dados espacialmente contínuos (geoestatística).*
- *Análise descritiva de dados espacialmente distribuídos.*
- *Tipos de estacionariedade (forte, fraca e intrínseca) e isotropia.*
- *Estimação da dependência espacial (variograma e covariograma).*
- *Predição espacial usando kriging simples, ordinário e universal.*
- *O modelo geoestatístico gaussiano e o modelo espacial linear generalizado.*
- *Modelação de dados agregados por áreas: medidas de associação espacial; os modelos auto-regressivos condicionais e simultâneos, CAR e SAR (e.g. mapeamento de doenças).*
- *Breve introdução à análise de dados espaço-temporais.*

3.3.5. Syllabus:

- *Identify spatially continuous data (geostatistics).*
- *Descriptive analysis of spatially distributed data.*
- *Types of stationarity (strong, weak or intrinsic) and isotropy.*
- *Estimation of spatial dependence (variograma and covariogram).*
- *Spatial prediction using simple, ordinary or universal kriging.*
- *The gaussian geostatistical model and the generalized linear spatial model.*
- *Modelling lattice data: spatial association measures; the conditional and the simultaneous auto-regressive models, CAR and SAR (e.g. disease mapping)*
- *Brief introduction to spatio-temporal data.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os itens dos conteúdos programáticos correspondem aos conhecimentos previstos nos objectivos da UC, detalhados de uma forma convencional aquando da introdução aos modelos geoestatísticos e aos modelos para dados agregados por áreas. As aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes correspondem ao domínio desses conteúdos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus items correspond to the items in the learning outcomes, detailed in a classical fashion in any introductory course on Geostatistics and Lattice Data. Skills and competences to be developed by the students correspond to the knowledge acquisition of the syllabus items.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As aulas são de cariz teórico-práticas e de prática-laboratorial, em que os conceitos e as metodologias estatísticas são apresentadas teoricamente, seguindo-se da apresentação de exemplos de aplicação. São desenvolvidas atividades que incluem a discussão e resolução de problemas envolvendo modelos para dados correlacionados no espaço através da utilização do R. Os estudantes têm de aplicar as metodologias apresentadas ao longo desta UC a um conjunto de dados reais.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures are dedicated to the presentation of theoretical concepts and statistical methodologies, followed by the presentation of application examples. Classes in computer laboratories include discussion and resolution of

problems, involving the use of models for spatial data in R environment. Students have to apply the methodologies presented throughout this course to a real data set.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A generalidade dos objetivos de aprendizagem exigem compreensão e treino das várias partes dos conteúdos programáticos. A exposição prévia das matérias por parte do docente é essencial para a compreensão dos conteúdos. A resolução de exercícios, pela sua aplicação a dados, ajudará não apenas à consolidação das matérias, mas também ao treino necessário para atingir vários dos objetivos de aprendizagem.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

All learning outcomes require comprehension and training of the various parts of the syllabus contents. Previous exposition of the course contents by the lecturer is essential to their comprehension by students. Problem solving, through examples of data application, in classes is important not only for reinforcing comprehension of the contents, but also to develop skills and competences related to the learning outcomes.

3.3.9. Bibliografia principal:

- Diggle P. and Ribeiro P. *Model-based Geostatistics. Springer Series in Statistics, 2007.*
- Cressie N.A.C. *Statistics for Spatial Data. Wiley, New York, 1993.*
- de Bivand Roger S., Pebesma Edzer J. and Gómez-Rubio V. *Applied Spatial Data Analysis with R. UseR! Series Springer, 2008.*

Mapa IV - Análise de Dados Longitudinais/Longitudinal Data Analysis

3.3.1. Unidade curricular:

Análise de Dados Longitudinais/Longitudinal Data Analysis

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Inês Pereira Silva Cunha de Sousa 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- *Identificar dados longitudinais.*
- *Distinguir modelos lineares sem e com erros correlacionados.*
- *Ajustar um modelo linear de efeitos mistos a um conjunto de dados longitudinais.*
- *Interpretar resultados obtidos de um modelo longitudinal em contexto prático.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *Identify longitudinal data.*
- *Distinguish linear models with and without correlated errors.*
- *Adjust a linear mixed effect model to a longitudinal data set.*
- *Interpret results of a longitudinal model in practical context.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

- *Modelos lineares mistos para dados contínuos.*
- *Modelos marginais para dados discretos.*
- *Estruturas de correlação para dados correlacionados*
- *Variograma em dados longitudinais*
- *Diagnósticos para modelos longitudinais*
- *Método da máxima verosimilhança e máxima verosimilhança restrito*
- *Dados "Missing" e processos de dados "Missing"*
- *Modelos conjuntos de dados longitudinais e de tempo de falha*

3.3.5. Syllabus:

- *Linear Mixed Models for continuous data.*
- *Marginal models for discrete data.*
- *Correlation structures for correlated data*
- *Variograma on longitudinal data*

- *Diagnostics for longitudinal models*
- *Method of maximum likelihood and restricted maximum likelihood*
- *"Missing" data and processes of "Missing" data*
- *Joint modeling of longitudinal and survival data*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O objetivo geral da UC é o de reconhecer problemas onde os modelos de dados longitudinais devem ser utilizados e fazer uma análise correta usando este modelo. Para isso os conteúdos programáticos são definidos como as diferentes fases de uma análise de dados com o modelo de dados longitudinais. Uma componente importante do conteúdo programático é a utilização constante de aplicações variadas, pois só assim os estudantes adquirem sensibilidade para a análise real de dados.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The general objective of this UC is to recognize problems where longitudinal models should be used and make an accurate analysis using this model. For this the syllabus are defined as the different stages of a data analysis with the longitudinal model. An important component of the syllabus is the constant use of various applications, this is the best way students acquire sensitivity for the analysis of real data.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas de exposição dos conteúdos programáticos, bem como aulas de resolução de problemas e aulas práticas. A avaliação consiste em três componentes: um teste de avaliação presencial na sala de aula; entrega de um relatório individual de uma análise de dados real seguindo um modelo de dados longitudinal ; apresentação individual em sala de aula do relatório entregue previamente.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures of the syllabus as well as classes of problem solving and practical classes. The assessment consists of three components: an assessment test in the classroom; delivery of an individual report of an analysis of real data using a longitudinal model ; individual presentation in the classroom of the previously submitted report.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Para atingir os objetivos de aprendizagem pretendidos é necessário compreensão e treino das várias partes dos conteúdos programáticos. A exposição prévia das matérias por parte do docente é essencial para a compreensão dos conteúdos. A resolução de exercícios com aplicação a dados reais ajudará ao treino necessário para atingir vários dos objetivos de aprendizagem. A avaliação contínua promove a aquisição de competências de forma faseada.

Com uma diversidade de metodologias de ensino e de avaliação pretendemos uma adequação à diversidade dos estudantes e atingir uma diversidade de competências.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

To achieve the desired learning objectives is necessary to understand and training the various components of the syllabus. The exposure of the materials by the teacher beforehand is essential to understand the syllabus. The resolution of exercises with real data applications will help the training required to achieve several of the learning objectives. Continuous assessment promotes the acquisition of skills in a phased manner.

With a variety of teaching and assessment methodologies we intend an adaptation to the diversity of students and achieve a diversity of skills.

3.3.9. Bibliografia principal:

- Diggle P.J., Liang K.-Y., and Zeger S.L. (2002), *Analysis of Longitudinal Data*, Oxford University Press, second edition
- Verbeke G. and Molenberghs G. (2000), *Linear Mixed Models for Longitudinal Data*, Springer
- Bates J. and Pinheiro D. (2002), *Mixed Effects Models in S and S-Plus*, Springer

Mapa IV - Análise Estatística Multivariada/Multivariate Statistical Analysis

3.3.1. Unidade curricular:

Análise Estatística Multivariada/Multivariate Statistical Analysis

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Cecília Maria Vasconcelos Costa Castro Azevedo 14h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:**Arminda Manuela Andrade Pereira Gonçalves 14h****Adelaide de Fátima Baptista Valente Freitas 14h****3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):***Conhecer as bases teóricas que suportam os procedimentos utilizados na Estatística Multivariada e que justificam os métodos de inferência. Estudar as metodologias estatísticas multivariadas clássicas abordando-se a sua implementação computacional. Adquirir conhecimentos para:*

- Resolver problemas envolvendo variáveis aleatórias multidimensionais;
- Descrever as características essenciais das principais distribuições multivariadas;
- Efectuar inferência estatística em modelos multivariados;
- Aplicar os principais métodos de análise de dados multivariados;
- Identificar correctamente o contexto de aplicação de cada um dos métodos de análise estatística multivariada estudados com dados reais;
- Interpretar os resultados estatísticos proporcionados pelos diversos métodos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):*To know the theoretical foundations that support the procedures used in multivariate statistics and to justify the inference methods. To study the classical multivariate methodologies and address their computational implementation. It is intended that the students acquire the knowledge to:*

- Describe the essential characteristics of the main multivariate distributions;
- Perform statistical inference in multivariate models;
- Identify the statistical techniques of multivariate analysis;
- Select the appropriate statistical techniques to each real context;
- Correctly identify the context of implementation of each of the techniques studied with real data;
- Apply statistical methods in problems with a large number of variables;
- Interpret the statistical results supplied by the various sampling techniques.

3.3.5. Conteúdos programáticos:*Variáveis aleatórias multidimensionais. Estatísticas descritivas. Distâncias. Variâncias generalizadas e aspectos algébricos/geométricos.**Distribuições multivariadas: Normal Multivariada, Wishart, T2 de Hotteling e Wilks.**Inferências sobre vectores de médias; testes de hipóteses sobre matrizes de covariâncias; inferências sobre vectores de médias de duas populações. Regiões de confiança e comparação de populações normais multivariadas.**MANOVA – “Multivariate Analysis of Variance”.**Análise de componentes principais; Análise factorial.**Classificação (Análise de Clusters).**Análise discriminante.***3.3.5. Syllabus:***Multivariate random variables. Descriptive statistics. Distances. Generalized variances and algebraic/geometric aspects.**Multivariate distributions: Multinormal, Wishart, Hotteling's T2 and Wilks.**Inferences about mean vectors; testing for equality of covariance matrices; inferences about mean vectors from two populations. Confidence regions and comparison of multivariate Normal populations.**MANOVA - "Multivariate Analysis of Variance".**Principal Component Analysis; Factorial analysis.**Classification (Cluster Analysis).**Discriminant Analysis.***3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:***O objectivo desta unidade curricular é estudar as bases teóricas que suportam os procedimentos utilizados na Estatística Multivariada e que justificam os métodos de inferência. Estudam-se as metodologias estatísticas multivariadas clássicas abordando-se a sua implementação computacional.***3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:***The aim of this course is to study the theoretical foundations that support the procedures used in Multivariate Statistics and to justify the inference methods. To study the classical multivariate methodologies addressing their computational implementation.***3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):***A UC baseia-se em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas aulas teóricas são apresentados os conteúdos do*

programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos. A parte teórico-prática está orientada para a resolução de problemas e exercícios. São desenvolvidas actividades envolvendo a apresentação, a resolução e a discussão de problemas com dados multivariados, com a utilização de ferramentas computacionais (SPSS e R). Orientação de um trabalho final (eventualmente, de um projecto), envolvendo a elaboração de um relatório, com posterior apresentação e discussão.

A avaliação é contínua (sem exame final), por trabalhos de casa e um trabalho final (ou um projecto).

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The course is based on theoretical and theoretical/practical lectures. The contents of the syllabus are presented in the theoretical lectures, where examples are given to illustrate the concepts. The theoretical/practical part is focused on solving problems and exercises. Activities are carried out involving the presentation, discussion and resolution of problems with multivariate data with the use of computational tools (SPSS and R). Supervision of a final work (eventually a project work), by involving a written report and posterior oral presentation and discussion. The evaluation will be continuous (without final exam), by home works and a final work (or a project work).

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Para a consolidação dos conceitos teóricos da Estatística Multivariada é essencial a resolução de problemas e a discussão de aplicações. As aulas teóricas e teórico-práticas permitem efectivar estas actividades, abordando-se a implementação computacional dos conceitos e das metodologias multivariadas (nomeadamente com o uso de software estatístico R e SPSS).

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Learning about various practical problems and discussing applications are essential to consolidate the theoretical concepts of Multivariate Statistical Analysis. The theoretical and theoretical/practical lectures allow these activities, addressing the computational implementation of concepts and the multivariate methodologies (using statistical software SPSS and R).

3.3.9. Bibliografia principal:

Johnson, R.A., Wichern, D.W. Applied Multivariate Statistical Analysis. 6a. ed., Pearson, Prentice Hall, New Jersey, 2007.

Mardia, K.V., Kent, J.T., Bibby J.M. Multivariate Analysis. London, 2003.

Anderson, T.W. Introduction to Multivariate Statistical Analysis. John Wiley, 1958.

Chatefield, C. Collins, A. J. Introduction to Multivariate Analysis. Chapman & Hall, Cambridge, 1980.

Jobson, J. D. Applied Multivariate Data Analysis, vol. II: Categorical and Multivariate Methods, Springer Verlag, New York, 1992.

Jolliffe, I.T. Principal Component Analysis. Springer-Verlag, New-York, 2002.

Everitt, B.S., Landau, S., Leese, M. Cluster Analysis, 4a. ed., London: Hodder Arnold, 2001.

Hardle, W., Simar, L. Applied Multivariate Statistical Analysis. 2a. ed., Springer, 2007.

Morrison, D.F. Multivariate Statistical Methods, 3a. ed., McGraw-Hill, New-York, 1990.

Mapa IV - Modelos Lineares Generalizados / Generalized Linear Models

3.3.1. Unidade curricular:

Modelos Lineares Generalizados / Generalized Linear Models

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Susana Margarida Ferreira de Sá Faria 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final desta unidade curricular, os estudantes deverão estar aptos a:

1. Aplicar os modelos lineares generalizados.

2. Realizar inferências sobre o modelo formulado.

3. Selecionar modelos.

4. Analisar resíduos e observações discordantes.

5. Interpretar os resultados provenientes das diversas aplicações apresentadas.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

At the end of this curricular unit, students should be able to:

1. *Apply generalized linear models.*
2. *Make inferences about model parameters.*
3. *Select models.*
4. *Analyze residuals and discordant observations.*
5. *Interpret the results from different applications.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. *Revisão sobre modelos lineares.*
2. *Introdução aos modelos lineares generalizados.*
3. *Estimação dos parâmetros do modelo, testes de hipóteses e intervalos de confiança dos parâmetros do modelo.*
4. *Seleção e validação de modelos.*
5. *Modelos para dados binários. Modelos para dados de contagem. Modelos para dados assimétricos.*

3.3.5. Syllabus:

1. *Review of linear models.*
2. *Introduction to generalized linear models.*
3. *Estimation of the model parameters, hypothesis testing and confidence intervals.*
4. *Selection and validation of models.*
5. *Regression models for binary data. Regression models for count data. Regression models for asymmetric models.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Nesta unidade curricular pretende-se que os estudantes sejam capazes de identificar e estimar o modelo linear generalizado adequado para determinado problema. Os objetivos de aprendizagem estão de acordo com os conteúdos programáticos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

This course is intended to enable students to identify and to estimate the appropriate generalized linear model for a given set of data. The learning outcomes are in accordance with the syllabus.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas de exposição da matéria teórica; aulas tutoriais com resolução de exercícios em laboratório de computação. A avaliação consiste em duas componentes:
- um teste de avaliação presencial na sala de aula;
- um trabalho individual (análise de dados reais).

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and lab classes.
The assessment consists of two components:
- an assessment test in the classroom;
- an individual work.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A exposição dos conteúdos programáticos por parte do docente e a prática com resolução de exercícios e trabalhos a desenvolver pelos estudantes permitem que estes adquiram os conhecimentos e os saibam aplicar.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The exposure of the materials by the teacher and the resolution of exercises and works allow students to achieve the learning objectives.

3.3.9. Bibliografia principal:

Dobson, A. J. (2008). An Introduction to Generalized Linear Models. Chapman e Hall, 3ed.
Fahrmeir, L., Kneib, Th., Lang, S., Marx, B. (2013). Regression Models, Methods and Applications. Springer.
McCullagh, P., Nelder, J. A. (1990). Generalized Linear Models. Chapman e Hall, 2ed.
Turkman, M. A., Silva, G. (2000) Modelos Lineares Generalizados - da Teoria à Prática, Edições SPE, Lisboa.

Mapa IV - Álgebras de Jordan Euclidianas e Grafos (Euclidian Jordan Algebras and Graphs)

3.3.1. Unidade curricular:

Álgebras de Jordan Euclidianas e Grafos (Euclidian Jordan Algebras and Graphs)

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
Luís António de Almeida Vieira 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
O objetivo é os estudantes desenvolver capacidades de estabelecer uma análise do espectro de grafos fortemente regulares no ambiente das álgebras de Jordan Euclidianas.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
The goal of this unit is to allow the students to establish a spectral analysis of a strongly regular graph in the environment of Euclidean Jordan algebras

3.3.5. Conteúdos programáticos:

- 1- Álgebras associativas em potência***
- 2- Álgebras de Jordan***
- 3- Álgebras de Jordan Euclidianas***
- 4- Classificação das Álgebras de Jordan Euclidianas***
- 5- Grafos***
- 6- Álgebras de Jordan Euclidianas e Grafos fortemente regulares***
- 7- Condições de admissibilidade de um grafo fortemente regular no ambiente das Álgebras de Jordan Euclidianas***

3.3.5. Syllabus:

- 1- Power-associative algebras***
- 2- Jordan algebras***
- 3- Euclidian Jordan algebras***
- 4- Classifications of Euclidean Jordan algebras***
- 5- Graphs***
- 6- Euclidian Jordan algebras and strongly regular graphs***
- 7- Admissibility conditions on the parameters of a strongly regular graph on the environment of Euclidian Jordan algebras***

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Nesta unidade curricular primeiro descrevem-se as propriedades das álgebras de Jordan Euclidianas, nomeadamente as propriedades espectrais das álgebras de Jordan Euclidianas reais de dimensão finita e aplicam-se estas propriedades espectrais à álgebra de Jordan Euclideana real associada à matriz de adjacência de um grafo fortemente regular para estabelecer condições de admissibilidade sobre os parâmetros e o espectro de um grafo fortemente regular e majorantes dos parâmetros de Krein de um grafo fortemente regular.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

In this unit we first present the properties of Euclidian Jordan algebras, namely the spectral properties of the real finite dimensional Euclidian Jordan algebras and apply these properties to the Euclidian Jordan algebra associated to the adjacency matrix of a strongly regular graph to establish admissibility conditions on the parameters and on the spectra of a strongly regular graph and majorants on the Krein parameters of a strongly regular graph.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados.. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas. A avaliação é distribuída com exame final, sendo 40% de avaliação obtida num trabalho escrito e 60% num exame.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. The evaluation is with final exam, 40% of the result obtained in written work and 60% in an exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade

curricular:

Uma primeira exposição da matéria com posterior exemplificação e experimentação na resolução de problemas por parte dos estudantes permite uma sedimentação duradoura dos conhecimentos a adquirir.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching evolves from lecturing of the concepts to illustration and experimentation by the students through problem solving thus providing a lasting learning of the intended materials.

3.3.9. Bibliografia principal:

Faraut, J. and Korányi, A. Analysis on Symmetric Cones, Oxford Science publications, Clarendon Press, Oxford(1994).

Godsil, C. and Royle, G., Algebraic Graph theory, Springer, New York(2001).

Horn, R.G and Johnson, C.R., Matrix Analysis, Cambridge University Press(1985).

Horn, R.G and Johnson, C.R, Topics in Matrix Analysis, Cambridge University Press(1991).

Mapa IV - Equações Diferenciais / Differential Equations**3.3.1. Unidade curricular:**

Equações Diferenciais / Differential Equations

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Helena Pinto da Rocha Mena de Matos 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Ao completar esta unidade curricular, o estudante deve dominar conceitos, métodos e resultados da teoria das equações diferenciais e ser capaz de os aplicar de forma eficiente.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Upon completing this course, the student should master concepts, methods and results of the theory of differential equations and be able to implement them efficiently.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. Teoria Geral: campos de vetores, fluxo, retificação, existência e unicidade de solução, integrais primeiros, curvas de fase, sistemas conservativos

2. Equações lineares: soluções fundamentais e estabilidade

3. Equações não lineares: estabilidade, análise local e global

3.3.5. Syllabus:

1. General Theory: vector fields, flow, rectification, existence and uniqueness of solution, first integrals, phase curves, conservative systems

2. Linear Equations: fundamental solution and stability

3. Non-Linear Equations: stability, local and global analysis

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os estudantes terão acompanhamento regular, e realizarão dois trabalhos que cobrem todo o conteúdo programático, e que simultaneamente testa a aquisição das competências pretendidas, nomeadamente, formulação, classificação e resolução de problemas em equações diferenciais.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Students will have regular supervision, while working on two projects that cover the entire syllabus, and which also tests the acquisition of desired skills, including formulation, classification and solving in differential equations.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teórico-práticas e orientação tutorial. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar

os estudantes. Durante a orientação tutorial são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. A avaliação é distribuída sem exame final e os estudantes são avaliados através da apresentação de um trabalho escrito, objeto de apresentação e discussão.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and tutorials: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also tutorials, where exercises and related problems are solved. The evaluation is continuous without a final exam. The students submit a written report which is afterwards presented and discussed.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de aprendizagem destina-se a permitir e estimular uma aquisição gradual dos conhecimentos teóricos e práticos, num ambiente pró-activo de aprendizagem. Adicionalmente, a apresentação de exemplos e exercícios práticos destina-se a estimular o interesse dos estudantes nos conteúdos da UC, e suas aplicações a outras áreas de conhecimento.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching approach aims to build and stimulate a gradual acquirement of the theoretical and practical concepts, in a pro-active learning setting. Moreover, the presentation of examples and practical exercises aims to stimulate the interest of the students for the contents of the course and its applications to other areas of knowledge.

3.3.9. Bibliografia principal:

*Arnold, Vladimir I., Ordinary Differential Equations (Edition: 3) Springer-Verlag, 2006 (ISBN: 978-3-540-34563-3)
MW Hirsch and S Smale, Differential equations, dynamical systems, and linear algebra, Academic Press, 1974 (ISBN 0-12-349550-4)*

Mapa IV - Tópicos de Teoria da Aproximação / Topics on Approximation Theory

3.3.1. Unidade curricular:

Tópicos de Teoria da Aproximação / Topics on Approximation Theory

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Zélia Ramos Alves da Rocha. Número total de horas de contacto: (21h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Introduzir o quadro topológico que permite abordar os problemas da teoria da aproximação na sua generalidade. Resolver problemas fundamentais da teoria da aproximação tanto no sentido uniforme, como no de média quadrática. Tratar temas mais específicos em trabalhos individuais de forma a fomentar a autonomia dos estudantes na iniciação á investigação neste domínio.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Introduce the topological framework that allows to address the problems of approximation theory in general. Solve fundamental problems of approximation theory both in uniform sense, as in the quadratic mean. Address issues more specific to individual work in order to foster students' autonomy in the research in this domain.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

- 1. Resolução do problema fundamental da teoria da aproximação em espaços métricos, normados e euclidianos. Bases ortogonais. Algoritmo de Gram-Schmidt. Convexidade. Existência e unicidade da melhor aproximação.*
- 2. Aproximação, em média quadrática, de funções empíricas e contínuas por polinómios algébricos, trigonométricos e generalizados. Série de Fourier generalizada. Polinómios ortogonais de Legendre e de Chebyshev. Quadratura Gaussiana. Formulas de Gauss-Legendre.*
- 3. Aproximação uniforme de funções contínuas por polinómios de Bernstein. Aproximação simultânea de uma função e das suas derivadas. Qualidade da aproximação de Bernstein. Minimização do erro da interpolação polinomial. Interpolação osculadora de Hermite. Aproximação uniforme via operador de Féjer-Hermite.*
- 4. Alguns temas mais específicos em teoria da aproximação (projetos individuais).*

3.3.5. Syllabus:

1. Resolution of the main problem of approximation theory in metric, normed linear and inner product spaces. Orthogonal bases. Gram-Schmidt algorithm. Convexity. Existence and unicity of best approximations.
2. Least-squares approximation of empirical and continued functions by algebraic, trigonometric or generalized polynomials. Generalized Fourier series. Orthogonal polynomials of Legendre and Chebyshev. Gaussian quadrature. Formulas of Gauss-Legendre.
3. Uniform approximation of continued functions by Bernstein polynomials. Simultaneous approximation of a function and its derivatives. Quality of Bernstein approximation. Minimization of the error of polynomial interpolation. Hermite interpolation. Féjer-Hermite uniform approximation.
4. Some more specific themes in approximation theory (individual projects).

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O primeiro capítulo do programa versa sobre o problema fundamental da teoria da aproximação em vários tipos de espaços. O segundo capítulo refere-se à aproximação em média quadrática e o terceiro à aproximação uniforme. No último capítulo propõem-se temas mais específicos a serem desenvolvidos nos trabalhos individuais.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The first chapter of the program deals with the fundamental problem of approximation theory in various types of spaces. The second chapter refers to the mean square approximation and the third one to the uniform approximation. In the last chapter we propose more specific themes to be developed in individual works.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e de orientação tutorial. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados resolvendo-se ainda exercícios e problemas.

Na orientação tutorial supervisiona-se a realização de trabalhos individuais com parte teórica e computacional sobre temas mais específicos não tratados nas aulas teóricas, como por exemplo o estudo, desenvolvimento e apresentação de um artigo científico.

São disponibilizados materiais de apoio na página da UC. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

A avaliação é contínua com exame final incluindo a apresentação do trabalho individual.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts solving also exercises and problems.

The tutorial hours are dedicated to supervise the realization of individual works with both theoretical and computational parts on more specific subjects not treated in the lectures, such as the study, development and presentation of a scientific paper.

All resources are available for students at the unit's web page.

The evaluation is continuous with final exam and includes the presentation of a individual.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de aprendizagem destina-se a permitir e estimular uma aquisição gradual dos conhecimentos teóricos e práticos, num ambiente pró-activo de aprendizagem. Adicionalmente, a apresentação de exemplos e exercícios práticos destina-se a estimular o interesse dos estudantes nos conteúdos da UC, e suas aplicações a outras áreas de conhecimento.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching approach aims to build and stimulate a gradual acquirement of the theoretical and practical concepts, in a pro-active learning setting. Moreover, the presentation of examples and practical exercises aims to stimulate the interest of the students for the contents of the course and its applications to other areas of knowledge.

3.3.9. Bibliografia principal:

N. I. Achieser, Theory of Approximation, Dover Phoenix Editions, 2004.

E.W. Cheney, Introduction to Approximation Theory, McGraw-Hill, 1966.

J. C. Mason, D. Handscomb, Chebyshev Polynomials, Chapman & Hall/CRC, 2003.

M. R. da Silva, Sebenta de Teoria da Aproximação, DMA-FCUP, 2000.

Mapa IV - Tópicos de Turbulência /Topics in Turbulence

3.3.1. Unidade curricular:

Tópicos de Turbulência /Topics in Turbulence

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
Sílvio Marques de Almeida Gama 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
A aprendizagem pretende dotar os estudantes das ferramentas básicas para o estudo da turbulência.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
The students will be provided with the basic tools for studying turbulence.

3.3.5. Conteúdos programáticos:
Equações de Navier-Stokes. Dinâmica da vorticidade. Descrição estatística da turbulência. Estruturas coerentes. Turbulência isotrópica (formalismo espectral, teoria de Kolmogorov). Turbulência anisotrópica (formalismo $SO(3)$). Discussão sobre a existência e unidade das soluções das equações de Navier-Stokes. Viscosidades turbulentas. Vórtices pontuais. Escalares passivos. Simulação directa da turbulência.

3.3.5. Syllabus:
Navier-Stokes equations. Vorticity dynamics. Statistical description of turbulent flows. Coherent structures. Isotropic turbulence (spectral formalism, Kolmogorov theory). Anisotropic turbulence ($SO(3)$ formalism). Discussion on the existence and uniqueness of solutions of the Navier-Stokes equations. Eddy viscosities. Point vortices. Passive scalars. Direct numerical simulation.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
O conteúdo programático aborda as ferramentas básicas para dotar os estudantes de capacidade para abordar problemas em turbulência.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The syllabus contains the basic tools that allow a student to address questions in turbulence.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):
Aulas teóricas com exposição da matéria e resolução individual, ou em grupo, de fichas e leitura de artigos científicos e posterior discussão dos mesmos. Proposta de trabalhos a realizar que constituem o projeto. Este será avaliado em apresentação oral com discussão do mesmo.

Exame: 25%
Projeto: 50%
Apresentações na aula feitas pelo estudante: 25%

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):
Exposition of the syllabus contents, resolution and discussion of exercises, and reading scientific papers.

Exam: 25%
Project: 50%
Presentations made in class by the student: 25%

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
As aulas permitem uma exposição dos conteúdos programáticos adequada ao público-alvo, enquanto que o trabalho individual com vista a uma apresentação oral sobre um tema de trabalho proposto, permite o desenvolvimento de competências em investigação.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The lectures allow the presentation of concepts in a level suitable to the target audience and individual work of each student allows the development of research skills.

3.3.9. Bibliografia principal:

Turbulence, U. Frisch. CUP 1996

Turbulent Flows, S.B. Pope, CUP 2000

Vorticity and Turbulence, A.J. Chorin. Springer (3rd edition) 2013

Mapa IV - ANÁLISE NÃO DIFERENCIÁVEL/NONDIFFERENTIABLE ANALYSIS

3.3.1. Unidade curricular:

ANÁLISE NÃO DIFERENCIÁVEL/NONDIFFERENTIABLE ANALYSIS

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria do Rosário Marques Fernandes Teixeira de Pinho 10.5h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Margarida Amorim Ferreira 10.5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Aquisição das bases científicas sobre análise não diferenciável. São abordadas as primeiras tentativas de generalização do conceito de derivada. Pretende-se que os estudantes reconheçam a necessidade de análise não diferenciável. A análise convexa assim como os conceitos de sub diferencial proximal, limite e de Clarke são apresentados assim como o cálculo associado a estes conceitos. As interpretações geométricas serão largamente exploradas. Aplicação destes conceitos em optimização e optimização dinâmica são tratados. Cálculo numérico para funções não diferenciável será abordado. Os estudantes deverão ser capazes de trabalhar com este tipo de análise e de a aplicar a casos concretos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Acquisition of the scientific basis to handle non differentiable analysis. The first ideas of generalization of derivatives will be considered. The students should understand the need for a nondifferentiable calculus, convex analysis as well as Proximal, limiting and Clarke subdifferentiable and their corresponding calculus will be studied. Geometric concepts and interpretation will be of relevance. Application of the calculus in optimization and dynamic optimization as well as numerical aspect will be treated. The student should be able to work at ease with this calculus in the end of the course.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. Necessidade de trabalhar com funções não diferenciáveis.
2. História da análise não diferenciável.
3. Breve introdução à análise de multifunções.
4. Análise Convexa. Subdiferenciais convexas.
5. Normais proximais e subdiferencial proximal. Cálculo associado a estes conceitos.
6. Normais limite e sub diferencial limite. Cálculo associado a estes conceitos.
7. O subdiferencial de Clarke. Conceitos geométricos e calculo associado.
7. Applications to optimization.
8. Applications to optimal control.

3.3.5. Syllabus:

1. The need for nondifferentiable calculus.
2. History of nondifferentiable calculus.
3. Breief introduction to set valued analysis.
4. Convex Analysis.
5. Proximal normals and proximal subdifferentials. Calculus.
6. Limiting normals and subdifferentials. Calculus.
7. Clarke subdiffretibles.
8. Applications to optimization.
9. Applications to optimal control.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos adoptados para esta UC introduzem conceitos essenciais e tratam questões primordiais para os problemas a estudar na UC.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus of the Curricular Unit introduces basic notions in optimal control theory and deals with questions that

are essential in that class of problems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição e discussão dos principais temas da UC.

Execução pelos estudantes de um grupo de exercícios selecionados.

Avaliação distribuída com exame final, tendo o estudante de participar, em pelo menos 75% das sessões de trabalho para obter aproveitamento.

A classificação final é definida pela média pesada das classificações atribuídas aos trabalhos dentro e fora do período de aulas e do exame final.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Exposition and discussion of the main subjects of the UC.

Selected group of exercises to be addressed by the students.

Distributed assessment without final exam, being the student is required to participate in at least 75% of the work sessions.

The final grading is defined by the weighted average of the grades given to the exercises in the class and at home together with the grade of the final exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de ensino é coerente com os objectivos da unidade curricular uma vez que promove a autonomia científica do estudante, não deixando de incentivar a discussão conjunta dos problemas mais desafiantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodology is coherent with the objectives of the curricular unit since it promotes the scientific autonomy of the student but at the same time it motivates the joint discussion of the problems more challenging.

3.3.9. Bibliografia principal:

F. Clarke, Yu. Ledyayev, R. Stern, P. Wolenski, Nonsmooth Analysis and Control Theory, 1998

R. B. Vinter, Optimal Control, 2000.

Philip Loewen, Optimal Control via nonsmooth analysis, 1991.

Francis Clarke, Functional Analysis, Calculus of Variations and Optimal Control, 2013.

Maria do Rosário de Pinho, Maria Margarida Ferreira, Notes on Nonsmooth Analysis and Optimal Control, Summer School Optimal Control and Optimization Theory, Martin-Luther-University Halle-Wittenberg, Germany, August 26 to September 6, 2002.2002.

Sendo de interesse para os planos de investigação dos estudantes, artigos científicos específicos podem ser incluídos na lista bibliográfica.

Being of interest for students' research plans, specific scientific articles may be included in the bibliography list.

Mapa IV - Teoria Algébrica dos Polinómios Ortogonais e Aplicações/Algebraic Theory of Orthogonal Polynomials..

3.3.1. Unidade curricular:

Teoria Algébrica dos Polinómios Ortogonais e Aplicações/Algebraic Theory of Orthogonal Polynomials..

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Zélia Ramos Alves da Rocha 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Fornecer aos estudantes um conhecimento aprofundado dos polinómios ortogonais adoptando uma abordagem algébrica. Estudar com especial ênfase os polinómios ortogonais clássicos em particular os polinómios de Chebyshev e rever as suas aplicações na Matemática em geral e na Análise Numérica em particular. Tratar temas mais específicos em trabalhos individuais de forma a fomentar a autonomia dos estudantes na iniciação á investigação neste domínio.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Provide students with a thorough knowledge of the orthogonal polynomials adopting an algebraic approach. Study with special emphasis the classical orthogonal polynomials in particular Chebyshev polynomials and review their

applications in mathematics in general and in particular in Numerical Analysis. Address issues more specific to individual work in order to foster students' autonomy in the research in this domain.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. *Teoria algébrica dos polinómios ortogonais: operações no espaço dual dos polinómios, propriedades, sucessões de polinómios, sucessão dual, ortogonalidade regular: definição e relação de recorrência. Polinómios associados e perturbados. Polinómios de Appell.*
2. *Polinómios ortogonais clássicos: definição, caracterização pela equação funcional, pela equação diferencial, pelas relações de estrutura. Invariância do carácter clássico. Formas clássicas: quatro classes de equivalência (Hermite, Laguerre, Bessel, Jacobi). Representações integrais. Propriedades de derivação. Propriedades dos zeros.*
3. *Polinómios de Chebyshev: propriedades e aplicações em Análise Numérica.*
4. *Algumas aplicações dos polinómios ortogonais: séries ortogonais, aproximação racional de Padé, quadratura Gaussiana.*
5. *Alguns temas mais específicos em ortogonalidade (projetos individuais).*

3.3.5. Syllabus:

1. *Algebraic theory of orthogonal polynomials: operations in the dual space of polynomials, properties, sequences of polynomials, dual sequences, regular orthogonality: definition and recurrence relation. Perturbed and associated polynomials. Appell polynomials.*
2. *Classical orthogonal polynomials: definition, characterization by the functional equation, by the differential equation, by the structure relations. Invariance of the classic character. Classical forms: four equivalence classes (Hermite, Laguerre, Bessel, Jacobi). Integral representations. Properties of derivation. Properties of zeros.*
3. *Chebyshev polynomials: properties and applications in Numerical Analysis.*
4. *Some applications of orthogonal polynomials: orthogonal series, Padé rational approximation, Gaussian quadrature.*
5. *Some more specific themes in orthogonality (individual projects).*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os dois primeiros capítulos do programa versam sobre a teoria algébrica dos polinómios ortogonais fornecendo os conhecimentos fundamentais genéricos sobre este tema. As aplicações dos polinómios ortogonais, em particular dos polinómios de Chebyshev, são tratadas nos dois capítulos que se seguem. O último capítulo refere-se aos temas a serem desenvolvidos nos trabalhos individuais.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The first two chapters of the program deal with the algebraic theory of orthogonal polynomials providing fundamental generic knowledge on this topic. The applications of orthogonal polynomials, in particular Chebyshev polynomials, are treated in the two chapters that follow. The last chapter refers to the themes to be developed in individual works.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e de orientação tutorial. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados resolvendo-se ainda exercícios e problemas.

Na orientação tutorial supervisiona-se a realização de trabalhos individuais com parte teórica e computacional sobre temas mais específicos não tratados nas aulas teóricas, como por exemplo o estudo, desenvolvimento e apresentação de um artigo científico.

São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

A avaliação é contínua com exame final incluindo a apresentação do trabalho individual.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts solving also exercises and problems.

The tutorial hours are dedicated to supervise the realization of individual works with both theoretical and computational parts on more specific subjects not treated in the lectures, such as the study, development and presentation of a scientific paper.

All resources are available for students at the unit's web page.

The evaluation is continuous with final exam and includes the presentation of a individual.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Nas aulas teóricas os estudantes adquirem a compreensão global da teoria fundamental dos polinómios ortogonais tendo depois a oportunidade de aprofundar e aplicar um tema mais específico no desenvolvimento dos

trabalhos individuais.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
In lectures students gain a global understanding of the fundamental theory of orthogonal polynomials after having the opportunity to deepen and apply a more specific theme in the development of individual works.

3.3.9. Bibliografia principal:

C. Brezinski, Padé-Type Approximation and General Orthogonal Polynomials. Birkhäuser-Verlag, Basel, 1980.
Brezinski C., Van Iseghem J., Padé Approximation, Handbook of Numerical Analysis, Ciarlet P.G., Lions J. L. Editors, vol. III, part I, North-Holland, 1994.
T.S. Chihara, An Introduction to Orthogonal Polynomials. Gordon and Breach, New-York, 1978.
L. Fox, I. B. Parker, Chebyshev Polynomials in Numerical Analysis, Oxford Mathematical handbooks, New York, 1968.
A. F. Loureiro, Caracterização dos Polinómios Ortogonais Clássicos, Centro de Matemática da Universidade do Porto, 2003.
P. Maroni, Fonctions eulériennes. Polynômes orthogonaux classiques. In Techniques de l'Ingénieur, A 154 (1994) 1-30.
J. C. Mason, D. Handscomb, Chebyshev Polynomials, Chapman & Hall/CRC, 2003.

Mapa IV - Complementos de Análise Numérica I / Numerical Analysis I

3.3.1. Unidade curricular:

Complementos de Análise Numérica I / Numerical Analysis I

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paulo José Abreu Beleza de Vasconcelos 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Apresentar conceitos e resultados teóricos para uma introdução ao estudo de métodos numéricos. Analisar os resultados das simulações numéricas com base nas noções de erro, convergência e estabilidade. Pretende-se dotar o estudante com a capacidade de entender os aspectos teóricos e práticos da utilização de métodos numéricos, implementando-os para uma variedade de aplicações; em particular, que seja capaz de estabelecer as limitações, vantagens e desvantagens na utilização de um método numérico.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Analyze and apply well-known numerical techniques to solve problems and evaluate the results. The objective will be to train students to understand why the methods work, what type of errors to expect, and when an application might lead to difficulties. The aim is to provide the student with the ability to understand the theoretical and practical aspects of the use of numerical methods, implementing them for a variety of applications; in particular, he should be able to establish the limitations, advantages and disadvantages in using a numeric method.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Introdução à análise numérica. Solução de sistemas de equações lineares: eliminação de Gauss. Sistemas de equações não lineares: método de Newton e variantes. Problema de valores próprios simétrico: algoritmo QR, iteração inversa, quociente de Rayleigh. Interpolação polinomial: Lagrange, Hermite. Integração numérica: Newton-cotes, quadratura gaussiana. Problemas de valor inicial para equações (sistemas) diferenciais ordinárias: consistência e convergência, Runge-Kutta. Problemas de valor fronteira para equações diferenciais ordinárias: shooting e diferenças finitas.

3.3.5. Syllabus:

Introduction to numerical analysis. Systems of linear equations: Gaussian elimination. Systems of Non-linear equations: Newton's method and variants. Symmetric eigenvalue problem: QR algorithm, inverse iteration, Rayleigh quotient iteration. Polynomial interpolation: Lagrange, Hermite. Numerical integration: Newton-cotes, Gaussian quadrature. Initial value problems for (systems of) ordinary differential equations: consistency and convergence, Runge-Kutta. Boundary value problems for ordinary differential equations: shooting and finite differences.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas englobam a exibição de conteúdos teóricos, identificação do problema a resolver, exposição dos métodos numéricos apropriados, complementado por leituras orientadas a efetuar pelos estudantes fora do ambiente de sala de aula. Em seguida, os métodos são implementados para serem usados em computador. Os estudantes participam ativamente nas aulas, uma vez que tem de mudar / recriar novas situações usando os métodos numéricos para resolver e simular, e contrastar e comparar os resultados com os colegas. Isto resulta em aulas laboratoriais com participação generalizada, num processo de reforço de aprendizagem, uma vez que permite visitar o material teórico a partir de perspetivas diferentes.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Classes encompasses the display of theoretical contents, problem identification, exposition of the appropriate numerical methods and their derivation, supplemented by students' readings of the corresponding bibliography. Then the methods are implemented to be used in a computer. Students actively participate in class, since they must change/recreate new situations using the numerical methods to solve and simulate, and to contrast and compare the results within class. This overall class participation results in a learning reinforcement process, since it allows to revisit the theoretical material from different perspectives.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Estas metodologias dizem respeito ao modo como a elaboração destes projetos de tese são orientados e desenvolvidos pelos respetivos estudantes e sob a supervisão do orientador. A evolução da proposta de tese é analisada periodicamente pela Comissão Científica (CC) do CEurso. Esta UC é avaliada através de um relatório escrito e de uma apresentação oral, feitos pelo estudante, e deve caracterizar os desafios técnico-científicos a endereçar, descrevendo o estado da arte e indicando os fundamentos científicos, metodologia a utilizar e objectivos a alcançar, nos moldes estabelecidos anualmente pela CC do PDMA.

A proposta de doutoramento é avaliada e discutida publicamente por um júri legal constituído para o efeito

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The course is centered around the Laboratory, based on modules. The teaching methodology in each module is structured in the following way:

- *presentation of the numerical methods and their formulation;*
- *identification of their applicability, advantages and drawbacks;*
- *implementation on computer;*
- *simulation and results interpretation.*

Distributed evaluation without final exam. Assessment takes into account the active participation in class (P) and the realization of three work tasks. Tasks are classified as type OT and type FT. Work type OT, Oriented Task, consists in answering to a set of questions. Work type FT, is a Free Task, consisting on the completion of a report, where students propose a topic to be studied using the knowledge and skills acquired through the course; it can be performed per group of two students. Furthermore, Class participation, P, is also part of the assessment process.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A unidade curricular é leccionada por módulos tendo em conta os objetivos. Os módulos são apresentados seguindo a ordem: o problema a resolver, contextualização, os métodos numéricos adequados para a sua resolução, a implementação computacional, os resultados numéricos e as simulações numéricas. No final é apresentada bibliografia para leitura adicional. Para além das aulas, do uso do computador e da disponibilidade do docente para atender os estudantes, é ainda usado o moodle numa abordagem b-learning.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course is taught in modules taking into account the objectives. The modules are presented following the order: the problem to solve, contextualization, the numerical methods adapted for its solution, computational implementation, numerical results and numerical simulations. At the end of each module, additional bibliography is provided for further reading. In addition to the classes, the use of computers and the availability of teachers to meet students, is still used moodle in a b-learning strategy.

3.3.9. Bibliografia principal:

*Endre Suli and David Mayers; An introduction to Numerical Analysis, Cambridge University Press, 2003
Saad, Y. , Numerical methods for large eigenvalue problems, 2nd edition, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2011*

Mapa IV - Complementos de Análise Numérica II / Numerical Analysis II

3.3.1. Unidade curricular:

Complementos de Análise Numérica II / Numerical Analysis II

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
Paulo José Abreu Beleza de Vasconcelos Número total de horas de contacto: 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
Apresentar conceitos e resultados teóricos para uma introdução aos métodos numéricos para problemas de grande dimensão em computação científica. Analisar os resultados das simulações numéricas com base nas noções de erro, convergência e estabilidade. Pretende-se dotar o estudante com a capacidade de entender os aspectos teóricos e práticos da utilização de métodos numéricos, implementando-os para uma variedade de aplicações; em particular, que seja capaz de estabelecer as limitações, vantagens e desvantagens na utilização de um método numérico.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
Analyze and apply numerical techniques to solve large dimensional problems for scientific computing. The objective will be to train students to understand why the methods work, what type of errors to expect, and when an application might lead to difficulties. The aim is to provide the student with the ability to understand the theoretical and practical aspects of the use of numerical methods, implementing them for a variety of applications; in particular, he should be able to establish the limitations, advantages and disadvantages in using a numeric method.

3.3.5. Conteúdos programáticos:
Introdução: Problemas da Álgebra Linear Numérica, aritmética de precisão finita, factorizações matriciais, condicionamento e estabilidade.
Algoritmos para elevado desempenho: arquitectura de computadores, estruturas de dados.
Sistemas de equações lineares: métodos iterativos estacionários e não estacionários. Precondicionadores.
Problemas de valores próprios: simétricos e não simétricos.

3.3.5. Syllabus:
Introduction: numerical Linear Algebra problems, finite precision arithmetic, matrix factorizations, conditioning and stability.
Algorithms for high performance computing: computer architecture, data structures.
Systems of linear equations: stationary and non-stationary iterative methods. Preconditioners.
Eigenvalue problems: symmetric and non-symmetric.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
As aulas englobam a exibição de conteúdos teóricos, identificação do problema a resolver, exposição dos métodos numéricos apropriados, complementado por leituras orientadas a efetuar pelos estudantes fora do ambiente de sala de aula. Em seguida, os métodos são implementados para serem usados em computador. Os estudantes participam ativamente nas aulas, uma vez que tem de mudar / recriar novas situações usando os métodos numéricos para resolver e simular, e contrastar e comparar os resultados com os colegas. Isto resulta em aulas laboratoriais com participação generalizada, num processo de reforço de aprendizagem, uma vez que permite visitar o material teórico a partir de perspectivas diferentes.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
Classes encompasses the display of theoretical contents, problem identification, exposition of the appropriate numerical methods and their derivation, supplemented by students' readings of the corresponding bibliography. Then the methods are implemented to be used in a computer. Students actively participate in class, since they must change/recreate new situations using the numerical methods to solve and simulate, and to contrast and compare the results within class. This overall class participation results in a learning reinforcement process, since it allows to revisit the theoretical material from different perspectives.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):
The course is centered around the Laboratory, based on modules. The teaching methodology in each module is structured in the following way:

- presentation of the numerical methods and their formulation;*
- identification of their applicability, advantages and drawbacks;*
- implementation on computer;*
- simulation and results interpretation.*

Distributed evaluation without final exam. Assessment takes into account the active participation in class (P) and the realization of three work tasks. Tasks are classified as type OT and type FT. Work type OT, Oriented Task, consists in answering to a set of questions. Work type FT, is a Free Task, consisting on the completion of a report, where students propose a topic to be studied using the knowledge and skills acquired through the course; it can be performed per group of two students. Furthermore, Class participation, P, is also part of the assessment process

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The course is centered around the Laboratory, based on modules. The teaching methodology in each module is structured in the following way:

- *presentation of the numerical methods and their formulation;*
- *identification of their applicability, advantages and drawbacks;*
- *implementation on computer;*
- *simulation and results interpretation.*

Distributed evaluation without final exam. Assessment takes into account the active participation in class (P) and the realization of three work tasks. Tasks are classified as type OT and type FT. Work type OT, Oriented Task, consists in answering to a set of questions. Work type FT, is a Free Task, consisting on the completion of a report, where students propose a topic to be studied using the knowledge and skills acquired through the course; it can be performed per group of two students. Furthermore, Class participation, P, is also part of the assessment process.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A unidade curricular é leccionada por módulos tendo em conta os objetivos. Os módulos são apresentados seguindo a ordem: o problema a resolver, contextualização, os métodos numéricos adequados para a sua resolução, a implementação computacional, os resultados numéricos e as simulações numéricas. No final é apresentada bibliografia para leitura adicional. Para além das aulas, do uso do computador e da disponibilidade do docente para atender os estudantes, é ainda usado o moodle numa abordagem b-learning.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course is taught in modules taking into account the objectives. The modules are presented following the order: the problem to solve, contextualization, the numerical methods adapted for its solution, computational implementation, numerical results and numerical simulations. At the end of each module, additional bibliography is provided for further reading. In addition to the classes, the use of computers and the availability of teachers to meet students, is still used moodle in a b-learning strategy.

3.3.9. Bibliografia principal:

Applied Numerical Linear Algebra, James W. Demmel, SIAM, 1997
Numerical Linear Algebra, Lloyd N. Trefethen and David Bau, III, SIAM, 1997
Saad, Y., Numerical methods for large eigenvalue problems, 2nd edition, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2011

Mapa IV - Métodos Computacionais em Hidrodinâmica Costeira / Computational Methods in Coastal Hydrodynamics

3.3.1. Unidade curricular:

Métodos Computacionais em Hidrodinâmica Costeira / Computational Methods in Coastal Hydrodynamics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paulo Alexandre de Avilez Rodrigues de Almeida Valente 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Compreensão dos conceitos físicos de geração, propagação, deformação e dissipação das ondas no mar.
Compreensão dos mecanismos geradores de correntes em zonas costeiras e de interacção destas com as ondas.
Compreensão dos modelos matemáticos para esses conceitos.
Competência para a utilização de ferramentas computacionais na modelação da geração e propagação de ondas, e de interacção onda-corrente e onda-estrutura no contexto de problemas de oceanografia (previsão da agitação marítima) e de engenharia costeira (simulação de cenários).

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Understanding of the physical concepts of generation, propagation, deformation and dissipation of ocean waves

sea. Understanding the mechanisms of currents' generation in coastal areas and their interaction with waves .Understanding of the mathematical models for these concepts. Competence for the use of computational tools to model the generation and propagation of waves and wave-current and wave-structure interaction problems in the context of oceanography (sea wave prediction) and coastal engineering (simulating design scenarios).

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. *Características de zonas costeiras.*
2. *Ondas de curto período.*
3. *Ondas longas.*
4. *Modulação e rebentação de ondas.*
5. *Estatísticas de ondas geradas pelo vento e propriedades espectrais.*
6. *Correntes em zonas costeiras: correntes induzidas pela ondulação; correntes de maré; interacção onda-corrente.*
7. *Métodos computacionais para a discretização de modelos de ondas e de circulação costeira.*
- 7.1 *Onas monocromáticas. Equações elípticas de Helmholtz e de Berkhoff equations. Discretização pelo método dos elementos finitos (MEF).*
- 7.2 *Modelos com resolução de fase (modelos dispersivos de ondas longas, Boussinesq). Discretização pelo MEF.*
- 7.3 *Modelos sem resolução de fase. Descrição espectral das ondas. Discretização no espaço de fase.*
- 7.4 *Modelos de circulação. Discretização das equações de Saint-Venant pelo MEF.*

3.3.5. Syllabus:

1. *Characteristics of coastal waters.*
2. *Short surface waves*
3. *Long surface waves.*
4. *Wave modulation and breaking.*
5. *Wind-induced wave statistics and spectral properties.*
6. *Currents in coastal áreas: wave-induced currents; tidal currents; wave-current interaction.*
7. *Computational methods for discretization of wave and circulation models*
- 7.1 *Monochromatic waves. Elliptic Helmholtz and Berkhoff equations. Discretization by the finite element method (FEM).*
- 7.2 *Phase resolving models (dispersive long wave models, Boussinesq). Discretization of long waves models by the FEM.*
- 7.3 *Phase averaging models. Spectral description of waves. Discretization in the space of phase.*
- 7.4 *Circulation models. FEM for the Saint-Venant equation.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Tanto os aspectos físicos e matemáticos como os aspectos numéricos, necessários à modelação dos fenómenos hidrodinâmicos mais relevantes em zonas costeiras, são cobertos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Both physical-mathematical and numerical aspects, necessary for modeling the most relevant hydrodynamic phenomena in coastal areas, are covered.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina.

Avaliação: distribuída sem exame final.

A avaliação distribuída poderá incluir a realização de testes escritos, projetos individuais ou de grupos, resolução de listas de exercícios e/ou apresentação oral de trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation: continuous evaluation without final exam.

The continuous evaluation may include written tests, individual or group projects, lists of problems and/or oral presentations.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A discussão dos conteúdos programáticos e a elaboração de trabalhos permitem uma aprendizagem eficaz neste

nível de ensino.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The discussion of the UC contents and the elaboration of an assignment allow for an efficient learning experience at this education level.

3.3.9. Bibliografia principal:

Dingemans, M.W. (1997). Water Wave Propagation over Uneven Bottom, Vol.1: Linear Wave Propagation. World Scientific, ISBN 981-02-0427-2.
Dingemans, M.W. (1997). Water Wave Propagation over Uneven Bottom, Vol.2: Non-linear Wave Propagation, World Scientific, ISBN 981-02-0427-2.
Holthuijsen, L.H. (2007). Waves in Oceanic and Coastal Waters, Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-860-28-4.
Kowalik, Z., Murty, T.S. (1993). Numerical Modelling of Ocean Dynamics, World Scientific, ISBN 981-02-1334-4.
Massel, S.R. (1989). Hydrodynamics of Coastal Zones. Elsevier Oceanography Series, ISBN 0-444-87375-9
Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Nithiarasu, P. (2005). The Finite Element Method for Fluid Dynamics, Elsevier, ISBN 0-7506-6322-7.

Mapa IV - Métodos de Elementos Finitos p/ Equações de Ondas Dispersivas/Finite Element Methods for Dispersive..

3.3.1. Unidade curricular:

Métodos de Elementos Finitos p/ Equações de Ondas Dispersivas/Finite Element Methods for Dispersive..

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paulo Alexandre de Avilez Rodrigues de Almeida Valente 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Compreensão do efeito físico dos diferentes termos das equações diferenciais de onda. Capacidade para aplicação do método dos elementos finitos para a discretização de modelos de ondas dispersivas, unidimensionais e bidimensionais. Compreensão dos problemas de dispersão e difusão numérica associados à resolução numérica destes modelos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Understanding of the physical effect of the different terms of differential wave equations. Capacity for the implementation of finite element models for the discretization of one-dimensional and two-dimensional wave models. Understanding the numerical dispersion and diffusion errors associated with the numerical solution of these models.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. Modelos de onda cinemática: a equação KdV; a equação BBM; uma equação KdV-BBM com dispersão melhorada.
2. Modelos de onda dinâmica: as equações de Boussinesq; modelos tipo-Boussinesq com relação de dispersão melhorada.
3. Métodos de Elementos Finitos: método de Galerkin; método de Petrov-Galerkin; método de Taylor- Galerkin; método de Galerkin descontínuo. Programação e análise de erro e de estabilidade.

3.3.5. Syllabus:

1. Models for kinematic water waves: the KdV equation; the BBM equation; a KdV-BBM improved dispersion equation.
2. Models for dynamic waves: the Boussinesq equations; improved dispersion relation Boussinesq-type equations.
3. Finite Element Methods: Galerkin method; Petrov-Galerkin method; Taylor-Galerkin method; Discontinuous Galerkin method. Programming and stability and accuracy analysis.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

São cobertos todos os aspectos físicos, matemáticos e numéricos referentes à discretização de equações de onda pelo MEF.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

All physical, mathematical and numerical aspects concerning the discretization of wave equations by the FEM are covered.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina.

Avaliação: distribuída sem exame final.

A avaliação distribuída poderá incluir a realização de testes escritos, projetos individuais ou de grupos, resolução de listas de exercícios e/ou apresentação oral de trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation: continuous evaluation without final exam.

The continuous evaluation may include written tests, individual or group projects, lists of problems and/or oral presentations.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A discussão dos conteúdos programáticos e a elaboração de trabalhos permitem uma aprendizagem eficaz neste nível de ensino.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The discussion of the UC contents and the elaboration of an assignment allow for an efficient learning experience at this education level.

3.3.9. Bibliografia principal:

Dingemans, M.W. (1997). Water Wave Propagation over Uneven Bottom, Vol.2: Non-linear Wave Propagation, World Scientific, ISBN 981-02-0427-2.

Donea, J., Huerta, A. (2003). Finite Element Methods for Flow Problems, John Wiley and Sons, ISBN 0-471-49666-9..

Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Nithiarasu, P. (2005). The Finite Element Method for Fluid Dynamics, Elsevier, ISBN 0-7506-6322-7.

Mapa IV - Métodos Espectrais Numéricos I / Numerical Spectral Methods I**3.3.1. Unidade curricular:**

Métodos Espectrais Numéricos I / Numerical Spectral Methods I

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Sílvio Marques de Almeida Gama Número total de horas de contacto: 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Resolver numericamente equações às derivadas parciais do tipo advecção/difusão, com condições fronteira periódicas, em dimensões espaciais 1, 2 ou 3 através do uso de transformadas de Fourier rápidas, assim como estudar a estabilidade numérica dos algoritmos utilizados para a evolução temporal.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

To solve numerically partial differential equations of the type advection/diffusion with periodic boundary conditions, in 1, 2 or 3 spatial dimensions using fast Fourier transforms. The stability of the different numerical algorithms for the time evolution is also studied.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Introdução aos métodos espectrais. Método dos resíduos ponderados. Aproximação de uma função. Equações

diferenciais: método de Galerkin, Tau e de colocação. Problemas periódicos. Transformada de Fourier (real e complexa) completa. Transformada de Fourier truncada. Transformada de Fourier truncada discreta (FFT). Eliminação do "aliasing". Transformada de Fourier multi-dimensional. Equações diferenciais com coeficientes constantes e variáveis. Introdução às equações de evolução. Equação do calor. Discretização explícita e implícita. Convergência, consistência e estabilidade. Alguns métodos para a equação de advecção-difusão. Apresentação e resolução de diversos exemplos em FORTRAN 77, Python ou Matlab.

3.3.5. Syllabus:

Introduction to spectral methods. Weighted residual method. Approximation to the function. Differential equations: Galerkin method, Tau method and collocation method. Periodic problems. Fourier transform. Truncated Fourier transform. Discrete truncated Fourier transform (FFT). Elimination of aliasing. Multi-dimensional Fourier transform. Differential equations with constant and variable coefficients. Introduction to evolution equations. Heat equation. Explicit and implicit discretization. Convergence, consistency and stability. Numerical methods for the advection-diffusion equation. Spectral and pseudo-spectral methods. Presentation and resolution of many examples in FORTRAN 77, Matlab or Python.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Ao nível de doutoramento uma unidade curricular deve por um lado indicar aos estudantes áreas potenciais de investigação e, simultaneamente fornecer bases sólidas para investigação na área. Considero que o conteúdo programático descrito acima, apoiado em bibliografia adequada (ver bibliografia) e artigos científicos distribuídos aos estudantes de acordo com os seus interesses pessoais, é, por isso, apropriado.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Considering that a curricular unit at PhD level server two purposes: indicates potential research areas and problems and also provides scientific background for the research in the area, the above described syllabus, based on good references and papers distributed to students according to their personal interests, is the most adequate.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Nas horas de leccionação são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Também são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

Avaliação:

$$\text{Nota final} = 0.8 * \text{TPC} + 0.2 * \text{EF},$$

onde:

$\text{TPC} = \text{"nota obtida no trabalho para casa"}$

$\text{EF} = \text{"nota obtida no exame final"}$

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation:

$$\text{Calculation formula of final grade: } 0.8 * \text{HW} + 0.2 * \text{E},$$

where

$\text{HW} = \text{homework}$

$\text{E} = \text{exam}$

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas permitem uma exposição dos conteúdos programáticos adequada ao público-alvo, enquanto que o trabalho individual com vista a uma apresentação oral sobre um tema de trabalho proposto, permite o desenvolvimento de competências em investigação.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The lectures allow the presentation of concepts in a level suitable to the target audience and individual work of

each student allows the development of research skills.

3.3.9. Bibliografia principal:

Peyret, R. 2002 Spectral Methods for Incompressible Viscous Flow. Springer.

Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. & Flannery, B.P. 1992 Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press.

Mapa IV - Métodos Espectrais Numéricos II / Numerical Spectral Methods II

3.3.1. Unidade curricular:

Métodos Espectrais Numéricos II / Numerical Spectral Methods II

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Sílvio Marques de Almeida Gama 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Resolver numericamente equações às derivadas parciais do tipo advecção/difusão, num domínio espacial rectangular, em dimensões espaciais 1, 2 ou 3 através do uso de transformadas de Fourier rápidas, assim como estudar a estabilidade numérica dos algoritmos utilizados para a evolução temporal.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

To solve numerically partial differential equations of the type advection/diffusion, in a rectangular spatial domain, in 1, 2 or 3 spatial dimensions using fast Fourier transforms. The stability of the different numerical algorithms for the time evolution is also studied.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Generalidades sobre polinómios ortogonais. Os polinómios de Tchebyshev e as suas principais propriedades.

A derivada de ordem p dos polinómios de Tchebyshev.

A série de Tchebyshev truncada. Matrizes de derivação.

A série de Tchebyshev truncada discreta. A transformada de Tchebyshev discreta.

Equações diferenciais de coeficientes constantes com

condições limite. Desenvolvimentos de Tchebyshev. O método Tau.

Sistema de equações quasi-tridiagonais.

A equação de difusão, o método Tau e os polinómios de Tchebyshev.

Apresentação e resolução de diversos exemplos em FORTRAN 77, Python ou Matlab.

3.3.5. Syllabus:

Overview of orthogonal polynomials. Tchebyshev polynomials and main properties.

The derivative of order p of Tchebyshev polynomial.

A series of truncated Tchebyshev. Derivative matrix.

The discrete truncated Tchebyshev serie. The discrete Tchebyshev transform.

Differential equations with constant coefficients with boundary conditions. Tchebyshev expansions. The Tau method.

Quasi-tridiagonal system of linear equations.

The diffusion equation, the Tau method and the Tchebyshev polynomials.

Presentation and resolution of many examples in FORTRAN 77, Matlab or Python.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Ao nível de doutoramento uma unidade curricular deve por um lado indicar aos estudantes áreas potenciais de investigação e, simultaneamente fornecer bases sólidas para investigação na área. Considero que o conteúdo programático descrito acima, apoiado em bibliografia adequada (ver bibliografia) e artigos científicos distribuídos aos estudantes de acordo com os seus interesses pessoais, é, por isso, apropriado.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Considering that a curricular unit at PhD level server two purposes: indicates potential research areas and problems and also provides scientific background for the research in the area, the above described syllabus, based on good references and papers distributed to students according to their personal interests, is the most adequate.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Nas horas de leccionação são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Também são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

Avaliação:

*Nota final = 0.8 *TPC + 0.2 * EF,*

onde:

TPC = "nota obtida no trabalho para casa"

EF = "nota obtida no exame final"

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation:

*Calculation formula of final grade: 0.8 *HW + 0.2 * E,*

where

HW = homework

E = exam

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas permitem uma exposição dos conteúdos programáticos adequada ao público-alvo, enquanto que o trabalho individual com vista a uma apresentação oral sobre um tema de trabalho proposto, permite o desenvolvimento de competências em investigação.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The lectures allow the presentation of concepts in a level suitable to the target audience and individual work of each student allows the development of research skills.

3.3.9. Bibliografia principal:

Peyret, R. 2002 Spectral Methods for Incompressible Viscous Flow. Springer.

Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. & Flannery, B.P. 1992 Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press.

Mapa IV - Métodos Numéricos para equações Diferenciais/ Numerical Methods for Differential Equations**3.3.1. Unidade curricular:**

Métodos Numéricos para equações Diferenciais/ Numerical Methods for Differential Equations

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria João Rodrigues Número total de horas de contacto: (21h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Os estudantes devem ficar aptos a analisar e aplicar métodos numéricos para a resolução de problemas envolvendo equações diferenciais ordinárias.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Study of numerical methods for the solution of ordinary differential problems.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Problemas de valores iniciais. Resultados de existência e unicidade de solução. Métodos numéricos de um passo.

Métodos de Euler. Métodos de Runge-Kutta. Propriedades de estabilidade, consistência e convergência. Regiões de estabilidade absoluta. Métodos multi-passo. Estudo da estabilidade e convergência. Métodos de Taylor. Métodos predictor-corrector. Problemas de valor fronteira. Métodos de diferenças finitas.

3.3.5. Syllabus:

Initial value problems. Existence theorem.

One-step numerical methods. Euler and Runge-Kutta methods: stability, consistency and convergence analysis.

Regions of absolute stability.

Multi-step methods. Study of the stability and convergence.

Taylor methods. Predictor-corrector methods.

Boundary value problems. Finite difference methods.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos correspondem ao que se considera ser uma formação básica sólida na área.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus of this unit correspond to what is considered basic solid training in the area.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Estudo acompanhado dos temas propostos. Proposta e orientação da execução de trabalho prático computacional.

A avaliação consiste na entrega, apresentação e discussão do trabalho de síntese sobre os temas propostos e do trabalho computacional proposto.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Tutorials and proposal and guidance of a computational project.

Presentation and discussion of a synthesis work and of a computational project.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A exposição da matéria é organizada de acordo com o programa a cumprir e os objetivos a alcançar, recorrendo-se a exemplos que ajudem a orientar o estudante no seu estudo autónomo e com os seus projetos computacionais, e a preparar a aplicação dos temas tratados a diferentes situações.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The lectures are organized in accordance with the syllabus and the intended outcomes, and examples are given and treated to help the students in their own study and with their computational projects.

3.3.9. Bibliografia principal:

Butcher, J. C.; The numerical analysis of ordinary differential equations : Runge-Kutta and general linear methods, 1987. ISBN: 0-471-91046-5

Quarteroni, A.; Numerical mathematics, 2000. ISBN: 0-387-98959-5

Hairer, E.; Solving ordinary differential equations I. nonstiff problems, 1993. ISBN: 0-387-56670-8

Mapa IV - Identificação de Sistemas / System Identification

3.3.1. Unidade curricular:

Identificação de Sistemas / System Identification

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paulo Jorge de Azevedo Lopes dos Santos. Número total de horas de contacto: (21h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- Adquirir bases teóricas que permitam compreender os problemas de estimação e identificação assim como os métodos que, hoje em dia, constituem o "state of the art" nesta área.

- Conhecer as diferentes abordagens ao problema da identificação de sistemas com ênfase nos sistemas lineares

- No fim da unidade curricular um estudante deverá estar apto a projetar e executar uma experiência de identificação tendo em vista a obtenção dum modelo para resolver um determinado problema. Deverá também saber determinar as limitações do modelo nomeadamente erros de modelação esperado e incerteza nos parâmetros

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- To acquire the theoretical basis for understanding the estimation and identification problems as well as the methods that today constitute the "state of the art" in this area.*
- To know the different approaches to the system identification problem with emphasis on the linear systems.*
- Upon completed this unit the student will be able to design and to execute an identification experiment in order to obtain a model to solve a given problem. He will also be able to determine the limitation of the estimated models namely, the modeling errors and the parameter uncertainty.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1 – Modelos de sistemas discretos lineares e invariantes no tempo

1.1– Modelos determinísticos

1.1.1– Modelos de entrada

1.2– Modelos no espaço de estado

1.3– Modelos estocásticos

1.3.1– Modelos de entrada-saída

1.3.1.1– Previsores

1.3.1.2- Modelos de média móvel

1.3.1.3- Modelos auto-regressivos

1.3.1.4- Modelos auto-regressivos de média móvel

1.3.2– Modelos no espaço de estados

1.3.2.1– Ruído de estado e ruído de medição

1.3.2.2– Teoria de Kalman.

2 – Identificação de modelos de entrada-saída

2.1- Método dos Mínimos Quadrados

2.2– Métodos de correlação

2.3– Métodos de Variáveis Instrumentais.

2.4– Métodos de Otimização da Previsão do Erro.

3 – Identificação de modelos no espaço de estados.

3.1- Teoria da realização determinística.

3.2– Métodos no subespaço de estados.

3.3– Métodos de Otimização da Previsão do Erro.

4 – Planeamento duma experiência de identificação.

5 – Introdução à identificação de sistemas contínuos.

6 – Introdução à identificação de sistemas não lineares.

3.3.5. Syllabus:

1 –Models of discrete linear time invariant systems.

1 – Deterministic models

1.1.1 – Input-output models

1.1.2 – State-space models

1.2 – Stochastic models

1.2.1 – Input-output models

1.2.1.1 – Predictions

1.2.1.2 - Moving average models

1.2.1.3 - Auto-regressive models

1.2.1.4 - Auto-regressive moving average models.

1.2.2 – State-space models

1.2.2.1 – Process and measurement noise

1.2.2.2 – Kalman predictor and Kalman filter.

1.2.2.3 – Prediction error model.

2 – Identification of input-output models

2.1 -Least Squares Method

2.2 – Impulse response identification: Correlation methods.

2.3 – Instrumental Variable methods

2.4 – Prediction Error methods.

3 – Identification of state-space models

3.1 - Deterministic Realization theory

3.2 – Subspace methods

3.3 Prediction error methods

4 – Identification experiment design

5 – Introduction to continuous-system identification

6 – Introduction to nonlinear system identification.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Atualmente a identificação de sistemas lineares (ISL) é uma área bem estabelecida. Os seus problemas foram resolvidos e sistematizados, constituindo um corpo unificado e coerente perfeitamente sistematizado. Na identificação de sistemas (IS) não lineares a tendência atual é de isolar os diferentes tipos de não linearidades e estudar métodos específicos para cada um. Quase todos esses métodos recorrem à teoria da ISL. Como os dados são obtidos em tempo discreto a IS discretos surge naturalmente. O estudo da IS contínuos pode ser facilmente compreendido por alguém que conhecimentos da teoria da ISL. A obtenção de modelos dinâmicos é o objetivo da IS fazendo todo sentido que um curso de IS se inicie com o seu estudo. Como a recolha de dados é está sempre sujeita a perturbações, essas perturbações devem ser estudadas. Os modelos de perturbações mais usuais na IS são os estocásticos. Só depois de conhecidos os modelos é que se podem estudar os diferentes métodos de identificação

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Currently the identification of linear systems (LSI) is a well established subject. Its problems were solved and systematized, constituting a coherent, unified and perfectly systematized body of knowledge. The current trend in nonlinear systems identification (SI) systems (IS) is to isolate the different types of nonlinearities and study specific methods for each one. Almost all of these methods rely on the LSI theory. As the data is gathered in discrete time discrete-time IS arises naturally. Continuous System identification can be easily understood by anyone with a good basis on LSI. Estimating dynamic models is the goal of SI. As a result, it makes sense that an SI course begins with studying dynamic models. As the data is always disturbed by noise, noise should be studied as well. Stochastic models are the most common noise models. System Identification methods are studied after an introductory part on dynamic models.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em teórico-práticas onde são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos reais e simulados, utilizando o MATLAB, para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Também são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

A avaliação será baseada em projetos individuais.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where real and simulated examples using MATALB are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page. The continuous evaluation is based on individual projects.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Sendo o seu objetivo a estimação de modelos dinâmicos a partir de dados reais, a identificação de sistemas é uma disciplina com um cariz prático muito acentuado. Por outro lado, os métodos de identificação têm fundamentos teóricos muito profundos, recorrendo a conceitos muito sofisticados de Teoria de Controlo, de Processamento de Sinal, de Teoria das Probabilidades, Álgebra Linear e Otimização. Neste contexto, um curso de Identificação de Sistemas deve ter um equilíbrio entre a teoria e a prática que permita ao estudante compreender os fundamentos dos diferentes métodos, em que situações devem ser utilizados, quais as suas limitações e experimentá-los em diferentes aplicações tentando explicar as razões porque é que em determinadas situações simplesmente não funcionam ou porque é que noutras são os que apresentam o melhor desempenho. Para que isso possa ser feito, além das aulas tradicionais de exposição teórica são também necessárias aulas onde são efetuadas experiências de identificação com dados reais ou simulados. Esses dados podem ser de experiências previamente planeadas por forma a maximizar o desempenho dos algoritmos de identificação ou para por em evidência as suas limitações. Também se utilizam dados recolhidos durante o funcionamento normal dos sistemas. Os modelos estimados são depois utilizados em várias situações tais como o dimensionamento de controladores, deteção dinâmica de avarias, previsão, simulação, etc.. Os dados podem ser dados reais provenientes de projetos em que o responsável pela unidade participou, simulados ou recolhidos de bases de dados internacionais que os disponibilizam das quais o exemplo mais conhecido é a DaISy (Database for the Identification of Systems) desenvolvida e mantida pelo grupo SISTA (Signals, Identification, System Theory and Automation) da Universidade Católica de Lovaina. Utiliza-se como ferramenta o MATLAB, particularmente a sua toolbox de identificação de sistemas. Os resultados são discutidos por todos os estudantes. A avaliação é baseada num projeto individual. O projeto é atribuído no início da UC. Em todas as aulas é reservado um espaço durante o qual um estudante ou mais estudantes apresentam e discutem com os outros os resultados que vão obtendo. Pretende-se que cada estudante faça uma

apresentação uma vez por mês. No fim da UC cada estudante faz uma apresentação e entrega um relatório sobre o projeto que desenvolveu.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The objective of System Identification is to estimate models for dynamical systems from real data. As a result it is a discipline with a heavy practical component. On the other hand, System Identification methods have very deep theoretical foundations, using sophisticated concepts from Control Theory, Signal Processing, Theory of Probability, Linear Algebra and Optimization. In this context a balance between theory and practice must be present in System Identification course. The student must understand the fundamentals of the various methods, in which situations they should be used and their limitations. She/he must experience them in different applications, trying to explain the reasons success or failure. For this to be done, classes where system identification experiments are carried out with real or simulated data are also required in addition to the traditional lecturing classes. These experiences were previously designed to maximize the performance of identification algorithms for or to highlight their limitations. Data collected under normal operation are also used. The estimated models are then used in several situations such as controller design, fault detection, forecasting, simulation, etc. The data may be real data from projects carried out by the Professor in charge, simulated or gathered from international databases such as the DaISY (Database for the Identification of Systems) developed, maintained and hosted by the SISTA (Signals, Identification, System Theory and Automation) group from the Catholic University of Leuven. MATLAB is used as a tool, particularly its System Identification toolbox. The results are discussed by all students. The assessment is based on an individual project. The project is assigned at the beginning of the course. For each lecture one or two students have to present the progress of their projects and the results are discussed with all colleagues. It is intended that each student make a presentation once a month. At the end of the course each student makes a presentation and delivers a report about the project that she/he developed.

3.3.9. Bibliografia principal:

- Ljung, Lennart. *System Identification: A Theory for the User*. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1998. ISBN: 0136566952.
- Verhaegen, Michel and Verdult, Vincent; *Filtering and System Identification - A least squares approach*, Cambridge University Press, 2007. ISBN: ISBN-13 978-0-521-87512-7
- Katayama, Tohru; *Subspace Methods for System Identification*, Springer-Verlag, 2005. ISBN: 1852339810
- Van Overschee, Peter; *Subspace identification for linear systems*. 2008. ISBN: 0-7923-9717-7
- Lopes dos Santos, Paulo; Perdicoúlis, T-P A; Novara, Carlo; Ramos, Jose; Rivera, Daniel (eds) ; *Linear Parameter Varying Systems - New Developments and Trends*, World Scientific, 2012. ISBN: 13-978-981-4355-44-5

Mapa IV - Identificação e Controlo Preditivo de Sistemas/ System Identification and Predictive Control

3.3.1. Unidade curricular:

Identificação e Controlo Preditivo de Sistemas/ System Identification and Predictive Control

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Fernando Arménio da Costa Castro e Fontes. Número total de horas de contacto: 13h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paulo Jorge de Azevedo Lopes dos Santos 8h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

- *Compreender, implementar e saber aplicar métodos de identificação de modelos de entrada-saída e de espaço de estados para sistemas discretos, lineares e invariantes no tempo.*
- *Compreender, formular e resolver problemas de controlo ótimo lineares com custo quadrático.*
- *Compreender, projectar e implementar esquemas de controlo preditivo de sistemas lineares em tempo discreto com restrições.*
- *Compreender, projectar e implementar estimadores de horizonte móvel.*
- *Compreender, projectar e implementar esquemas de controlo preditivo com realimentação pela saída.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

- *To understand, implement and know how to use input-output and state-space discrete-time linear time invariant identification algorithms.*
- *To understand, formulate and solve linear optimal control problems*
- *To understand, design and implement predictive control schemes for linear constrained systems in discrete-time.*
- *To understand, design and implement moving horizon estimators.*
- *To understand, design and implement output feedback model predictive control schemes.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

7 – Identificação modelos de entrada-saída**7.1 - Método Mínimos Quadrados****7.2 – Ident. resposta impulsional: Métodos de correlação****7.3 – Mét. Variáveis Instrumentais.****7.4 – Mét. Otimização da Previsão do Erro.****8 – Ident. modelos no espaço de estados.****8.1 - Teoria realização determinística.; Introd. métodos no subespaço de estados.****9 Controlo ótimo linear e quadrático****9.1 Probl. lineares e quadráticos sem restrições; Solução por programação dinâmica; Probl. horizonte infinito e finito****Controlabilidade e estabilidade; Probl. com restrições no controlo e no estado;****10 Controlo Preditivo****10.1A estratégia de horizonte recidivo; Estabilidade de esquemas de controlo preditivo****11 Estimadores de horizonte móvel****11.1 Problemas lineares, gaussianos e sem restrições; Limitações do filtro de Kalman****12 Estimadores de horizonte móvel como problema de mínimos quadrados****12.1 Observabilidade and convergencia****13 Controlo Preditivo por realimentação da saída****13.1 Exemplos; Estabilidade com observadores****3.3.5. Syllabus:****I1. – Identification of input-output models****1.1 -Least Squares Method****1.2 – Impulse response identification: Correlation methods.****1.3 – Instrumental Variable methods****1.4 – Prediction Error methods.****I2. – Identification of state-space models****2.1 - Deterministic Realization theory****2.2 – Introduction to Subspace methods****I3. Linear, quadratic optimal control****3.1 Unconstrained Linear quadratic problems****3.2 Dynamic programming solution****3.3 Finite and infinite horizon problems****3.4 Controllability and stability****3.5 Constrained LQ problems****I4. Model Predictive Control****4.1 The receding horizon strategy****4.2 Stability of MPC schemes****I5. Moving Horizon Estimation****5.1 Linear, Gaussian and unconstrained problems****5.2 Limitations of the Kalman Filter****5.3 MHE as least squares problem****5.4 Observability and convergence****I6. Output feedback model predictive control****6.1 Examples****6.2 Stability with observers****3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:**

O controlo preditivo baseado em modelos tem sido objeto de uma vasta pesquisa e desenvolvimento, e também tem um sólido histórico de aplicações na indústria, principalmente para os modelos lineares em tempo discretos estudados aqui. A dificuldade de acesso para medição do estado completo do sistema justifica o estudo de técnicas de estimação de que o estimador de horizonte móvel foi escolhido não só por causa de suas semelhanças, dualidade, com o controlo em horizonte recidivo, mas também por causa de sua generalidade e aplicabilidade.

As técnicas de controlo preditivo pressupõem o conhecimento dos modelos dos sistemas que se pretendem controlar. Na maioria dos casos esses modelos são obtidos através de técnicas de identificação. Atualmente a identificação de sistemas lineares (ISL) é uma área bem estabelecida. Os seus problemas foram resolvidos e sistematizados, constituindo um corpo unificado e coerente perfeitamente sistematizado. Na identificação de sistemas (IS) não lineares a tendência atual é de isolar os diferentes tipos de não linearidades e estudar métodos específicos para cada um. Quase todos esses métodos recorrem à teoria da ISL. Assim, faz todo sentido que uma unidade curricular desta natureza se limite à identificação de sistemas lineares e invariantes no tempo.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Model predictive control has been the subject of vast research and developments, and has also a solid track record of applications in industry, mainly for the linear discrete-time models studied here. The difficulty of accessing for measurement the full state of the system justifies the study of estimation techniques of which moving horizon estimation was selected not only because of its similarities, duality, with receding horizon control, but also because of its generality and applicability.

Predictive control techniques assume the knowledge of the models process. In most cases these models are obtained through identification techniques. Currently, the identification of linear systems (LSI) is a well established subject. Its problems were solved and systematized, constituting a coherent, unified and perfectly systematized body of knowledge. The current trend in nonlinear systems identification (SI) systems (IS) is to isolate the different types of nonlinearities and study specific methods for each one. Almost all of these methods rely on the LSI theory. As the data is gathered in discrete time discrete-time IS arises naturally. Thus, it makes sense that a course of this nature is limited to the identification of discrete-time linear time invariant systems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos reais e simulados, utilizando o MATLAB, para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas. A avaliação será baseada em projetos individuais.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where real and simulated examples using MATLAB are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page. The continuous evaluation is based on individual projects.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Sendo o objetivo da disciplina a identificação, estimação e controlo de modelos dinâmicos, esta é uma disciplina com um cariz prático muito acentuado. Por outro lado, os métodos de controlo e identificação têm fundamentos teóricos muito profundos, recorrendo a conceitos muito sofisticados de Teoria de Controlo, de Processamento de Sinal, de Teoria das Probabilidades, Álgebra Linear e Otimização. Neste contexto, este curso deve ter um equilíbrio entre a teoria e a prática que permita ao estudante compreender os fundamentos dos diferentes métodos, em que situações devem ser utilizados, quais as suas limitações e experimentá-los em diferentes aplicações tentando explicar as razões porque é que em determinadas situações simplesmente não funcionam ou porque é que noutras são os que apresentam o melhor desempenho. Para que isso possa ser feito, além das aulas tradicionais de exposição teórica são também necessárias aulas onde são efetuadas experiências de identificação e controlo com dados reais ou simulados. Esses dados podem ser de experiências previamente planeadas por forma a maximizar o desempenho dos algoritmos de identificação ou para por em evidência as suas limitações. Também se utilizam dados recolhidos durante o funcionamento normal dos sistemas. Os modelos estimados são depois utilizados em várias situações tais como o dimensionamento de controladores, deteção dinâmica de avarias, previsão, simulação, etc... Utiliza-se como ferramenta o MATLAB, particularmente as suas toolboxes de identificação de sistemas, controlo de sistemas e controlo preditivo. Os resultados são discutidos por todos os estudantes. A avaliação é baseada em projetos individuais. Em todas as aulas é reservado um espaço durante o qual um estudante ou mais estudantes apresentam e discutem com os outros os resultados que vão obtendo. Pretende-se que cada estudante faça uma apresentação uma vez por mês. No fim da UC, cada estudante faz uma apresentação e entrega um relatório sobre o projeto que desenvolveu.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The objective of the course is to identify, estimate and control models of dynamical systems. As a result it is a discipline with a heavy practical component. On the other hand, Control and System Identification methods have a very deep theoretical foundations, using sophisticated concepts from Control Theory, Signal Processing, Theory of Probability, Linear Algebra and Optimization. In this context a balance between theory and practice must be present in this course. The student must understand the fundamentals of the various methods, in which situations they should be used and their limitations. She/he must experience them in different applications, trying to explain the reasons success or failure. For this to be done, classes where system identification and control experiments are carried out with real or simulated data are also required in addition to the traditional lecturing classes. These experiences were previously designed to maximize the performance of identification algorithms for or to highlight their limitations. Data collected under normal operation are also used. The estimated models are then used in several situations such as controller design, fault detection, forecasting, simulation, etc.. MATLAB is used as a tool, particularly its System Identification, Control Systems and Model Predictive Control toolboxes. The results are discussed by all students. The assessment is based on individual projects. For each lecture one or two students have to present the progress of their projects and the results are discussed with all colleagues. It is intended that

each student make a presentation once a month. At the end of the course each student makes a presentation and delivers a report about the project that she/he developed.

3.3.9. Bibliografia principal:

- Ljung, Lennart. *System Identification: A Theory for the User*. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1998. ISBN: 0136566952
- Verhaegen, Michel and Verdult, Vincent; *Filtering and System Identification - A least squares approach*, Cambridge University Press, 2007 ISBN: ISBN-13 978-0-521-87512-7
- Katayama, Tohru; *Susbspace Methods for System Identification*, Springer-Verlag , 2005. ISBN: 1852339810
- Lopes dos Santos, Paulo; Perdicoúlis, T-P A; Novara, Carlo; Ramos, Jose; Rivera, Daniel (eds) ; *Linear Parameter Varying Systems - New Developments and Trends*, World Scientific, 2012. ISBN: 13-978-981-4355-44-5
- G. C. Goodwin, M. M. Seron, and J. A. De Doná. *Constrained Control and Estimation: An Optimisation Approach*. Springer, London, 2004
- B. D. O. Anderson and J. B. Moore. *Optimal Control: Linear Quadractic Methods*. Prentice Hall, 1989
- A. Bemporad, M. Morari, V. Dua, and E. N. Pistikopoulos. *The explicit linear quadratic regulator for constrained systems*. *Automatica*, 38:3 20, 2002

Mapa IV - Optimização Estratégica em Economia / Strategic optimization in Economy

3.3.1. Unidade curricular:

Optimização Estratégica em Economia / Strategic optimization in Economy

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Alberto Adrego Pinto Número total de horas de contacto: (42h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

A UC visa introduzir de uma forma rigorosa os fundamentos de Teoria de Jogos e teoria de equilíbrio geral. São abordados os conceitos fundamentais da área em questão, assim como as ferramentas matemáticas mais relevantes para a sua análise.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The course aims to introduce in a rigorous way the fundamentals of Game theory and general equilibrium theory, by introducing the main concepts and the more relevant mathematical tools to its analysis.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. *Teoria de Equilíbrio Geral*
2. *Teoria de Jogos*
3. *Aplicações a energia e alterações climáticas*

3.3.5. Syllabus:

1. *General equilibria theory*
2. *Game theory*
3. *Applications to energy and climate change*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa da disciplina incide com particular ênfase nos conceitos fundamentais da teoria de jogos (em especial equilíbrios de Nash), e de teoria do equilíbrio geral, que constituem o principal objectivo da UC.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course syllabus puts great emphasis on the fundamental concepts of game theory, (namely, Nash equilibria), and general equilibrium theory, that constitute the main objective of the course.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Apresentação dos assuntos da UC e sua discussão científica com os estudantes. Avaliação sem exame final.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Presentation of the topics of the course and scientific discussion with the students. Evaluation without final exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A discussão aprofundada dos tópicos da cadeira será muito importante com vista a atingir o objectivo de apreensão por parte dos estudantes dos conceitos fundamentais da teoria de jogos e equilíbrio geral e de incentivo à investigação por parte dos estudantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The discussion of the topics of the course will be very important to achieve the desired goal of student's comprehension of the main concepts of game theory and general equilibrium theory, as well as raising the student's awareness for modern research topics in the area.

3.3.9. Bibliografia principal:

Drew Fudenberg and Jean Tirole; Game Theory, MIT Press, 1991
Josef Hofbauer, Karl Sigmund; Evolutionary Games and Population Dynamics, Cambridge UniversityA.
N. Yannacopoulos; Aspects of stochastic control in Finance and Economics, 2012 (I Escola de Inverno em Dinâmica Estocástica e Controlo em Finanças e Economia; Lisboa 2012; Lecture 4)
Deepak Rajagopal, Gal Hochman and David Zilberman; A Simple Framework for Regulation of Biofuels, Springer, 2010 (M. Khanna et al. (eds.), Handbook of Bioenergy Economics and Policy.
M. Peixoto, A. A. Pinto, and D. Rand, editors. Dynamics, Games and Science I and II. Springer Proceedings in Mathematics series 1 (2011), Chapter 21, 339-352.
M. Ferreira, I.P. Figueiredo, B.M.P.M. Oliveira and A. A. Pinto, Strategic optimization in R&D Investment. Optimization: A Journal of Mathematical Programming and Operations Research, 61:8, (2012) 1013–1023.

Mapa IV - CONTROLO ÓTIMO/ OPTIMAL CONTROL**3.3.1. Unidade curricular:**

CONTROLO ÓTIMO/ OPTIMAL CONTROL

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Fernando Manuel Ferreira Lobo Pereira 7h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria do Rosário Pinho 7h
Maria Margarida Amorim Ferreira 7h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Aquisição das bases científicas para tratar problemas de controlo ótimo. São abordadas questões de existência de solução, condições necessárias de otimalidade sob a forma do princípio do máximo de Pontryagin e ainda condições suficientes de otimalidade. Pretende-se que os estudantes reconheçam problemas deste tipo, identifiquem características essenciais associadas a estes problemas e usem as questões referidas acima para análise e tratamento do problema.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Acquisition of the scientific basis to handle optimal control problems. Approach to main issues of existence of solution, necessary optimality conditions in the form of the maximum principle of Pontryagin and sufficient optimality conditions. The students are expected to recognize problems of this type and to identify main features associated to them. After that they must be able to use the above issues to obtain a characterization of the problem.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

A. Introdução.
B. Problemas de controlo ótimo.
1. Exemplos
2. Formulação
3. Existência de solução.
4. Condições necessárias. Princípio do Máximo de Pontryagin.
5. Estudo de alguns casos clássicos: caso linear, interpretação; Tempo mínimo; Problema Regulador Linear Quadrático.

- 6. *Análise de problemas lineares e não lineares. Exemplos.*
- 7. *Condições suficientes de optimalidade.*

3.3.5. Syllabus:

- A. *Introdução.*
- B. *Optimal control problems.*
 - 1. *Examples.*
 - 2. *Formulation.*
 - 3. *Existence of solution.*
 - 4. *Necessary conditions. Pontryagin maximum principle.*
 - 5. *Study of standard problems: linear case, geometric interpretation; Minimum time; LQR problem.*
 - 6. *Linear and nonlinear problems. Examples.*
 - 7. *Sufficient optimality conditions.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos adoptados para esta UC introduzem conceitos essenciais e tratam questões primordiais para os problemas a estudar na UC.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus of the Curricular Unit introduces basic notions in optimal control theory and deals with questions that are essential in that class of problems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição e discussão dos principais temas da UC.
Execução pelos estudantes de um grupo de exercícios selecionados.
Avaliação distribuída sem exame final, tendo o estudante de participar, em pelo menos 75% das sessões de trabalho para obter aproveitamento.
A classificação final é definida pela média das classificações atribuídas aos trabalhos dentro e fora do período de aulas.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Exposition and discussion of the main subjects of the UC.
Selected group of exercises to be addressed by the students.
Distributed assessment without final exam, being the student is required to participate in at least 75% of the work sessions.
The final grading is defined by the average of the grades given to the exercises in the class and at home.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de ensino é coerente com os objectivos da unidade curricular uma vez que promove a autonomia científica do estudante, não deixando de incentivar a discussão conjunta dos problemas mais desafiantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodology is coherent with the objectives of the curricular unit since it promotes the scientific autonomy of the student but at the same time it motivates the joint discussion of the problems more challenging.

3.3.9. Bibliografia principal:

R. B. Vinter, Optimal Control Theory, Lectures delivered at the Summer School Optimization, Control and Related Subjects, France, 1987.
F. L. Pereira, Introdução ao Controlo Óptimo- Notas Breves, Mini-curso do DINCON, Brasil, 2006.
L. M. Hocking, Optimal Control. An Introduction to the Theory with Applications, 1991.
J. Macki and A. Strauss, Introduction to Optimal Control Theory, Springer Verlag, 1981.
G. Smirnov and V. Bushenkov, Curso de Optimização, Escolar Editora, 2005
Sendo de interesse para os planos de investigação dos estudantes, artigos científicos específicos podem ser incluídos na lista bibliográfica.
Being of interest for students' research plans, specific scientific articles may be included in the bibliography list.

Mapa IV - Controlo Não Linear / Nonlinear Control

3.3.1. Unidade curricular:

Controlo Não Linear / Nonlinear Control

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
António Pedro Aguiar (UP) Número total de horas de contacto: (8h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
Hugo Alonso Vilares Monteiro 7h
Teresa Mendonça 6h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
Aquisição das bases científicas para tratar problemas de controlo avançado em tópicos complementares dos tratados noutras UCs desta área, tendo em conta, as necessidades específicas dos planos de tese dos estudantes. É abordado um conjunto de tópicos a definir das áreas, de controlo ótimo, controlo não linear, controlo preditivo, controlo coordenado, controlo descentralizado, controlo robusto, controlo adaptativo e controlo de sistemas híbridos. Subjacentes a estes tópicos, pretende-se que os estudantes dominem métodos de análise funcional, análise não-linear, análise não suave, ou outros mais específicos que sejam oportunos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
The main goal of this course is to provide to the students a solid background in analysis and design of nonlinear control systems
This course covers the analysis and design of nonlinear control systems and is suitable for post-graduate students in science and engineering. The course begins with an introduction to nonlinear system theory and stability analysis. Topics include Lyapunov stability analysis techniques, stability of perturbed systems with vanishing and non-vanishing perturbations, input-to-state stability, input-output stability and passivity. The last part of the course is dedicated to nonlinear control design tools such as feedback linearization, sliding mode control, Lyapunov redesign, backstepping, passivity based control and nonlinear adaptive control (if time permits). Emphasis is placed upon application of the theory to systems of interest to the students.

3.3.5. Conteúdos programáticos:
 1. Introdução aos sistemas não lineares
 2. Preliminares matemáticos
 3. Propriedades fundamentais dos sistemas não lineares
 4. Estabilidade de Lyapunov
 5. Estabilidade Input–Output
 6. Estabilidade avançada
 7. Estabilidade de Sistemas Perturbados
 9. Ferramentas de design não linear

3.3.5. Syllabus:
 1. Introduction to nonlinear systems
 2. Mathematical preliminaries
 3. Fundamental properties of nonlinear system
 4. Lyapunov Stability
 5. Input–Output Stability 6. Advanced Stability
 7. Stability of Perturbed Systems
 9. Nonlinear Design Tools

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
Os conteúdos programáticos adoptados para esta UC complementam as outras UCs nas áreas de controlo. No primeiro tópico faz-se a introdução dos sistemas não lineares comparando com sistemas lineares. Os mais importantes conceitos matemáticos são revistos de seguida. A partir daí cada um dos tópicos apresentados assenta nos anteriores.

Os projetos dos estudantes são fortemente orientados aos planos de tese dos estudantes de doutoramento.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The syllabus of the Curricular Unit complement those of other CUs in the various areas of control. First an introduction to nonlinear systems. Comparison with linear systems is done. The mathematical concepts needed are reviewed and the fundamental properties of nonlinear system follow. From then on, each topic is built on the previous topics.
The individuals projects proposed are strongly driven by the student's research plans.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A participação dos estudantes é incentivada em cada uma das aulas de exposição. Ao fim de cada tópico os estudantes têm que resolver uma lista de problemas sobre esse tópico. Essas listas de problemas constituem o trabalho de casa e tem que ser avaliado. É aceite e incentivado o trabalho de grupo embora a resolução dos problemas tenha que ser apresentada individualmente. O trabalho de casa é discutido nas aulas antes da exposição de novo tópico.

Para o projeto final aceitam-se dois tipos de projetos:

a) a solução de um problema relevante para a área de investigação do estudante usando os métodos estudados no curso

b) estudo de um tópico não estudado em profundidade no curso (capítulo de livro ou artigo científico)

Avaliação distribuída com exame final, tendo o estudante de participar, em pelo menos 75% das sessões de trabalho para obter aproveitamento.

A classificação final é definida da seguinte forma:

Trabalhos de Casa – 30% Projeto Final – 40% Ex Final – 30% (24h levar p/casa)

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Participation of the students in the exposition classes. Homework assignment in the end of each topics. Resolution of homework is individual although the students are advised to work within a group. Homework discussed in the class before new topic.

The following two types of projects are possible in this course:

- Solution of a research problem relevant to the student's area of research, which makes use of methods described in the course.

- Independent study of a topic not covered in-depth in class (e.g., reading a paper or book chapter).

The final grading is defined as follows:

Homeworks – 30% Final Project – 40% Final Exam – 30% (24h take home)

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de ensino é coerente com os objectivos da unidade curricular uma vez que promove a autonomia científica do estudante num contexto de expandir muitos dos conceitos que estudou noutras UCs e que são mais directamente relacionados com os seus trabalhos de tese. A metodologia de ensino assenta também na elevada maturidade dos estudantes que poderão conferir o progresso do trabalho através das horas de contacto, nas quais se debatem os diversos temas e se resolvem exercícios.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodology is coherent with the objectives of the curricular unit since it promotes the scientific autonomy of the student in the context of expanding many of the concepts studied in other CUs and that are directly related with their thesis workplans. It is important to note the adjustment of the program of the curricular unit to the specific interests of his/her doctoral plan that ensures an additional motivation. The teaching methodology also makes use of the high maturity level of students who have the opportunity to confer the progress of their work during the contact hours in which the various issues are presented and discussed, and exercises are solved.

3.3.9. Bibliografia principal:

Hassan K. Khalil; Nonlinear systems. 2001. ISBN: 0-13-067389-7

Jean-Jacques E. Slotine, Weiping Li; Applied nonlinear control. 1991. ISBN: 0-13-040890-5

Mapa IV - COMPLEMENTOS DE TEORIA DE CONTROLO/ COMPLEMENTS OF CONTROL THEORY**3.3.1. Unidade curricular:**

COMPLEMENTOS DE TEORIA DE CONTROLO/ COMPLEMENTS OF CONTROL THEORY

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

António Pedro Rodrigues de Aguiar: 10h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Margarida Amorim Ferreira 5h

Fernando Arménio Fontes 6h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Aquisição das bases científicas para tratar problemas de controlo avançado em tópicos complementares dos tratados noutras UCs desta área, tendo em conta, as necessidades específicas dos planos de tese dos estudantes. É abordado um conjunto de tópicos a definir das áreas, de controlo óptimo, controlo não linear, controlo preditivo, controlo coordenado, controlo descentralizado, controlo robusto, controlo adaptativo e controlo de sistemas híbridos.

Subjacentes a estes tópicos, pretende-se que os estudantes dominem métodos de análise funcional, análise não-linear, análise não suave, ou outros mais específicos que sejam oportunos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Acquisition of the scientific basis to handle advanced control problems in topics complementary to those addressed in other Curricular Units in this area, having in mind the specific needs of the students' PhD thesis workplans. The topics to be considered might be extracted from a number of areas such as optimal control, nonlinear control, model predictive control, coordinated control, decentralized control, robust control, adaptive control, and hybrid systems control.

The students are expected to master the methods underlying these topics such as functional analysis, nonlinear analysis, nonsmooth analysis, or other more specific ones that might be a specific interest.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

A. Introdução.

B. Tópicos seleccionados em

1. *controlo óptimo: não degeneração, sensibilidade, regularidade, controlo impulsional...*
2. *controlo não linear: controlo geométrico, estabilidade, síntese de controladores não lineares, invariância, atingibilidade, sistemas multi-dimensionais...*
3. *controlo preditivo: estabilidade, robustez, complexidade, estratégias de amostragem, etc.*
4. *controlo coordenado: formulação dos diversos tipos de problemas, métodos de síntese de controlo, optimização, robustez.*
5. *controlo descentralizado: formulação dos diversos tipos de problemas, métodos de síntese de controlo, geração de consensos, optimização e robustez.*
6. *controlo robusto: formulação dos diversos tipos de problemas, métodos de síntese.*
7. *controlo adaptativo: formulação de esquemas de controlo adaptativo, métodos de síntese, abordagens multi-modelo, e adaptatividade robusta.*
8. *controlo de sistemas híbridos: estabilidade, síntese de controlo, invariância, atingibilidade, e optimização.*

3.3.5. Syllabus:

A. Introduction

B. Selected topics in

1. *optimal control: nondegeneration, sensitivity, regularity, impulsive control, etc.*
2. *nonlinear control: geometric control, stability, synthesis of nonlinear controllers, invariance, attainability, multi-dimensional systems, etc.*
3. *model predictive control: stability, robustness, complexity, sampling strategies, etc.*
4. *coordinated control: formulation of the diverse types of problems, control synthesis methods, optimization, and robustness.*
5. *decentralized control: formulation of the diverse types of problems, control synthesis methods, consensus generation, optimization, and robustness.*
6. *robust control: formulation of the diverse types of problems, control synthesis methods.*
7. *adaptive control: formulation of the diverse adaptive control schemes, control synthesis methods, multi-model approaches, and robust adaptivity.*
8. *hybrid control systems: stability, control synthesis, invariance, attainability, and optimization.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos adoptados para esta UC complementam as outras UCs nas áreas de controlo e são fortemente orientados aos planos de tese dos estudantes de doutoramento, sendo a introdução utilizada para seleccionar os tópicos que melhor se ajustam.

Para cada um dos temas considerados serão leccionados tópicos mais específicos e aprofundados do que aqueles tratados nas correspondentes UCs anteriores.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus of the Curricular Unit complement those of other CUs in the various areas of control and are strongly driven by the students research plans, being the introduction used to select the topics that are best adjusted to this purpose.

For each one of the considered themes, the selected topics will be more offered in a more specific (specialized) level and in greater depth than those addressed in the corresponding previous CUs

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

O capítulo da introdução serve para seleccionar os tópicos a abordar e para distribuir o trabalho pelos estudantes no que respeita à pesquisa de questões relevantes para os seus temas de tese.

Breve exposição de natureza estratégica de cada um dos capítulos principais.

Apresentação de um conjunto de temas por cada estudante seguida pela discussão técnica do grupo.

Execução pelos estudantes de exercícios desafio.

Discussão dos exercícios de forma a que os estudantes recebam feedback apropriado para melhorar os seus métodos de estudo.

Opcionalmente, o estudante poderá envolver-se num projecto envolvendo os tópicos acima.

Avaliação distribuída sem exame final, tendo o estudante de participar, em pelo menos 75% das sessões de trabalho para obter aproveitamento.

A classificação final:

Média das classificações atribuídas aos trabalhos dentro e fora do período de aulas ponderada com 60%.

Desempenho na apresentação e discussão técnica do trabalho do trabalho ponderada com 40%.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The introduction chapter serves to select the topics to be addressed and to organize the research work of the students in searching the issues pertinent to their thesis workplans.

Short exposition of strategic nature for each one of the main chapters.

Presentation of a number of themes by each one of the students followed by a discussion by the group.

Challenging exercises to be addressed by the students.

Discussion of the exercises so that students receive proper feedback to enhance their studying methods.

Optionally the student might engage in a design project involving the topics above.

Distributed assessment without final exam, being the student is required to participate in at least 75% of the work sessions.

The final grading is defined as follows:

Average of the grades given to the exercises in the class and at home has a 60% weight.

Performance in the presentation and technical discussion of the work has a 40% weight.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de ensino é coerente com os objectivos da unidade curricular uma vez que promove a autonomia científica do estudante num contexto de expandir muitos dos conceitos que estudou noutras UCs e que são mais directamente relacionados com os seus trabalhos de tese. A metodologia de ensino assenta também na elevada maturidade dos estudantes que poderão conferir o progresso do trabalho através das horas de contacto, nas quais se debatem os diversos temas e se resolvem exercícios.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodology is coherent with the objectives of the curricular unit since it promotes the scientific autonomy of the student in the context of expanding many of the concepts studied in other CUs and that are directly related with their thesis workplans. It is important to note the adjustment of the program of the curricular unit to the specific interests of his/her doctoral plan that ensures an additional motivation. The teaching methodology also makes use of the high maturity level of students who have the opportunity to confer the progress of their work during the contact hours in which the various issues are presented and discussed, and exercises are solved.

3.3.9. Bibliografia principal:

A.J. van der Schaft, J.M. Schumacher, An Introduction to hybrid dynamical systems, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol. 251, Springer-Verlag, London, 2000

John Lygeros, Claire Tomlin, Shankar Sastry, Hybrid Systems: Modeling, Analysis and Control, Dec 28, 2008 (Lecture Notes)

Hassan K. Khalil; Nonlinear systems, Prentice Hall, 2002.

Richard Vinter, Optimal Control, Springer, 2000.

Aram Arutyunov, Optimality Conditions: Abnormal and Degenerate Problems, Springer, 2000

Jean-Pierre Aubin, Viability theory, Birkhauser, 1991

Martino Bardi and I. Capuzzo-Dolcetta, Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations, Birkhauser, 1997.

F. H. Clarke, Y. Ledyev, R. Stern, P. Wolenski, Nonsmooth Analysis and Control Theory, Springer, 1998.

A. J. Fax, "Optimal and cooperative control of vehicle formations," Ph.D. dissertation, California Institute of Technology, 2002

Karl J. Astrom, B. Wittenmark, Adaptive Control, Second Edition, Dover Books, 2008

Mapa IV - SISTEMAS HÍBRIDOS/HYBRID SYSTEMS

3.3.1. Unidade curricular:

SISTEMAS HÍBRIDOS/HYBRID SYSTEMS

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
Fernando Manuel Ferreira Lobo Pereira Número total de horas de contacto: (21h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
Aquisição das bases científicas para tratar - modelizar, analisar, sintetizar controlos e otimizar - sistemas híbridos. Domínio dos métodos e ferramentas para subjacentes. Estes conhecimentos e competências são pertinentes para o exercício dos métodos de análise de sistemas híbridos – sistemas cuja dinâmica é simultaneamente “time-driven” e “event-driven” – assim como, para o projecto dos respectivos sistemas de controlo.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
Acquisition of the scientific basis to handle - modeling, analysis, control synthesis and optimization - hybrid systems. Mastering of the underlying methods and tools. These knowledge and competences pertinent to the analysis of hybrid systems – systems whose dynamics are simultaneously time-driven and event-driven – as well as to their control synthesis.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

- 1. Introdução e Motivação***
- 2. Máquinas de Estado e Composição destas***
- 3. Conceitos e resultados básicos de sistemas lineares, não lineares e comutados.***
- 4. Modelização de Sistemas Híbridos***
 - 4.1 Articulação de dinâmicas event-driven e time-driven.***
 - 4.2 Tipos de modelos***
 - 4.3 Autómatos temporizados***
 - 4.4 Modelo formal genérico***
 - 4.6 Simulação de sistemas híbridos***
 - 4.7 Mini-projecto sobre modelos de sistemas híbridos usando o MATLAB e StateFlow***
- 5. Projecto de controladores***
 - 5.1 Supervisores***
 - 5.2 Problemas de atingibilidade e de segurança***
 - 5.3 Especificação***
 - 5.4 Técnicas de síntese***
 - 5.5. Exercícios e mini-projecto sobre síntese de sistemas híbridos usando uma toolbox de Matlab***

3.3.5. Syllabus:

- 1. Introduction and motivation***
- 2. State machines and their composition.***
- 3. Basic concepts and results of linear, non-linear and switched systems.***
- 4. Hybrid systems modeling***
 - 4.1 Articulation of event-driven and time-driven dynamics.***
 - 4.2 Classes of models.***
 - 4.3 Timed automata***
 - 4.4 General formal model***
 - 4.6 Simulation of hybrid systems***
 - 4.7 Mini-project on hybrid systems modeling using MATLAB and StateFlow***
- 5. Control design***
 - 5.1 Supervisory control***
 - 5.2 Reachability and safety problems***
 - 5.3 Behaviors and requirements specification***
 - 5.4 Control synthesis techniques***
 - 5.5. Exercises and mini-project on hybrid systems control synthesis using the MALAB toolbox.***

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos adoptados para esta Unidade Curricular seguem de perto os das referências sugeridas aos estudantes e que associadas a um nível pedagógico já testado em universidades de topo, endereçam as questões principais do estado da arte corrente em Sistemas Híbridos. Para além destes dois atributos, os conteúdos programáticos escolhidos encaixam facilmente no "background" de sistemas e controlo no Mestrado Integrado em EEC, exibem um fio condutor muito claro que facilita a actividade dos estudantes, e, em

cada capítulo, inclui exercícios em ilustrando a relevância dos conceitos, resultados e ferramentas para as classes de aplicações correspondentes.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus of the Curricular Unit follow closely the suggested references that, associated with a pedagogic level already tested in some top universities, include the main issues of the current state-of-the-art in Hybrid Systems. Besides these features, the chosen topics also fit very well in the usual control and systems background of Electrical and Computer Engineering students and Integrated Master level, exhibit a clear path linking the various topics that facilitates the students' activity, and, in chapter, it includes exercises illustrating the relevance of concepts, results and tools to the associated classes of applications.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Breve exposição de natureza estratégica de cada um dos capítulos principais.

Apresentação de um conjunto de temas por cada estudante seguida pela discussão técnica do grupo. Execução pelos estudantes de exercícios desafio.

Discussão dos exercícios de forma a que os estudantes recebam feedback apropriado para melhorar os seus métodos de estudo.

O estudante fará num projecto envolvendo os tópicos acima.

Avaliação distribuída sem exame final, tendo o estudante de participar, em pelo menos 75% das sessões de trabalho para obter aproveitamento.

A classificação final é definida da seguinte forma:

Média das classificações atribuídas aos trabalhos dentro e fora do período de aulas ponderada com 40%.

Desempenho na apresentação e discussão técnica do trabalho do trabalho ponderada com 60%.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Short exposition of strategic nature for each one of the main chapters.

Presentation of a number of themes by each one of the students followed by a discussion by the group.

Challenging exercises to be addressed by the students.

Discussion of the exercises so that students receive proper feedback to enhance their studying methods.

The student will have to engage in a design project involving the topics above.

Distributed assessment without final exam, being the student is required to participate in at least 75% of the work sessions.

The final grading is defined as follows:

Average of the grades given to the exercises in the class and at home has a 40% weight.

Performance in the presentation and technical discussion of the work has a 60% weight.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de ensino é coerente com os objetivos da unidade curricular uma vez que promove a autonomia científica do estudante num contexto de expandir para sistemas híbridos muitos dos conceitos que estudou em sistemas e controlo para sistemas "time-driven" e apoiando-se em bibliografia adequada. Importa também referir a adaptação do programa da unidade curricular aos interesses específicos do seu plano de doutoramento o que se traduz por uma motivação adicional. A metodologia de ensino assenta também na elevada maturidade dos estudantes que poderão conferir o progresso do trabalho através das horas de contacto, nas quais se debatem os diversos temas e se resolvem exercícios.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodology is coherent with the objectives of the curricular unit since it promotes the scientific autonomy of the student in the context of expanding for hybrid systems many of the concepts studied for time-driven systems and control by using selected appropriate bibliography. It is important to note the adjustment of the program of the curricular unit to the specific interests of his/her doctoral plan that ensures an additional motivation. The teaching methodology also makes use of the high maturity level of students who have the opportunity to confer the progress of their work during the contact hours in which the various issues are presented and discussed, and exercises are solved.

3.3.9. Bibliografia principal:

John Lygeros, Claire Tomlin, Shankar Sastry, Hybrid Systems: Modeling, Analysis and Control, Dec 28, 2008 (Lecture Notes)

<http://paginas.fe.up.pt/~jtasso/HS10.htm>

A.J. van der Schaft, J.M. Schumacher, An Introduction to hybrid dynamical systems, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol. 251, Springer-Verlag, London, 2000.

P. Tabuada, Verification and control of hybrid systems: a symbolic approach, Springer, 2009.

D. Liberzon, Switching in systems and control, Birkhauser, 2003

Sendo de interesse para os planos de investigação dos estudantes, artigos científicos específicos podem ser incluídos na lista bibliográfica.

Being of interest for students' research plans, specific scientific articles may be included in the bibliography list.

Mapa IV - Métodos de Pesquisa Evolucionária Aplicados a Problemas de Engenharia/Evolutionary search methods...

3.3.1. Unidade curricular:

Métodos de Pesquisa Evolucionária Aplicados a Problemas de Engenharia/Evolutionary search methods...

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Carlos Alberto da Conceição António 15h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Catarina Rosa Santos Ferreira de Castro 6h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Os estudantes adquirem conhecimentos sobre os Métodos de Pesquisa Evolucionária no contexto dos processos de otimização em geral e sobre a sua aplicação a problemas de Engenharia em particular. No fim do período letivo os estudantes devem ser capazes de:

- 1 - Identificar os aspectos principais dos métodos de pesquisa evolucionária e os seus paradigmas;*
- 2 - Estabelecer uma análise comparativa entre as principais técnicas de otimização baseadas em pesquisa evolucionária;*
- 3 - Desenvolver modelos de otimização seguindo metodologias apropriadas visando o projeto ótimo no âmbito dos problemas de engenharia;*
- 4 - Analisar com critério os resultados obtidos.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Students will learn Evolutionary Search Methods in the context of general optimization procedures and their application to engineering problems in particular. At the end of the semester students should be able to:

- 1 - Identify the key aspects of the Evolutionary Search Methods and their paradigms;*
- 2 - Establishing a comparative analysis of the main optimization techniques based on evolutionary search;*
- 3 - Develop optimization models following appropriate methodologies aiming at the optimal design in the context of engineering problems;*
- 4 - Analyze the results obtained with discretion.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Enquadramento da UC no contexto da matemática aplicada.

Revisão de alguns conceitos fundamentais em otimização. Problemas de otimização sem restrições. Problemas de otimização com restrições.

Introdução à linguagem e aos paradigmas associados aos Métodos de Pesquisa Evolucionária.

Algoritmos Genéticos: definição dos principais aspectos.

Análise taxonómica dos principais operadores genéticos e mecanismos de evolução das populações. Elitismo.

Algoritmos Meméticos: evolução genética e cultural.

Algoritmos da inteligência das partículas (Particle Swarm Optimization Method): principais características.

Otimização emulando o comportamento de colónia de formigas: fundamentos.

Breve referência a outros métodos de pesquisa evolucionária.

Aplicações dos métodos de pesquisa evolucionária no projeto ótimo de problemas de engenharia: aplicações em engenharia estrutural, mecânica e processos de fabrico.

Análise de desempenho de diferentes métodos de pesquisa evolucionária em engenharia.

3.3.5. Syllabus:

Framework of the discipline in the context of applied mathematics.

Review of some fundamental concepts in optimization. Unconstrained optimization problems. Optimization problems with constraints.

Introduction to the language and paradigms associated with Evolutionary Search Methods.

Genetic Algorithms: definition of the key aspects.

Taxonomic analysis of the main genetic operators and mechanisms of evolution of populations. Elitism.

Memetic algorithms: genetic and cultural evolution.

Algorithms based on the particles intelligence (Particle Swarm Optimization Method): main features.

Optimization emulating the behavior of ant colony: fundamentals.

Brief reference to other methods of evolutionary search.

Applications of search evolutionary methods to optimal design of engineering problems: applications in structural engineering, mechanical engineering and manufacturing processes.

Performance analysis of different methods of evolutionary search in engineering.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa definido pretende dar a conhecer aos estudantes os principais temas inerentes aos objetivos enunciados, cobrindo os diversos aspetos conceptuais dos Métodos de Pesquisa Evolucionária e as suas aplicações. A construção de pequenos modelos de otimização completa os objetivos enunciados para a UC.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The program defined aims to acquaint students with the major themes inherent in the objectives set out, covering the various aspects of conceptual Evolutionary Search Methods and their applications. The construction of small optimization models complete the goals set out for UC.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

A metodologia de ensino adoptada baseia-se no estabelecimento de uma relação permanente entre os diferentes temas tratados de forma a promover uma visão crítica das matérias lecionadas e a facilitar a assimilação pelos estudantes. A consulta de bibliografia e o estudo de artigos da especialidade é encorajada tendo como objectivo estimular o espírito investigador. São propostos trabalhos computacionais relacionados com a construção de modelos de otimização visando a resolução de pequenos problemas ou trabalhos de síntese que envolva consulta bibliográfica.

Tipo de Avaliação: Avaliação distribuída com exame final

Frequência: Não exceder o limite de faltas e entregar pelo menos um dos trabalhos práticos.

Avaliação: (1) Realização de uma prova de avaliação de conhecimentos;

(2) Realização trabalho prático de pesquisa com relatório.

A classificação final resulta da média ponderada usando a informação obtida em (1) com o peso de 60% e a informação obtida em (2) com peso de 40%.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The teaching methodology adopted is based on the establishment of a permanent relationship between the different themes in order to promote a critical view of the material taught and to facilitate assimilation by students. The consultation literature and the study of specialty items are encouraged with the aim of stimulating the research spirit. Computational work related to the construction of optimization models aimed at solving small problems or syntheses that involve bibliographic are proposed.

Type of assessment: Evaluation with final exam

Frequency conditions: Do not exceed the absence limit and deliver at least one of the practical works.

Rating: (1) Conduct an assessment test of knowledge;

(2) Development of a practical research report.

The final grade results from the weighted average using the information obtained in (1) with the weight of 60% and the information obtained in (2) with a weight of 40%.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas são do tipo teóricas e teórico-práticas, dando os docentes bastante apoio tutorial em horas extra-curriculares. As aulas, do tipo teórico, são usadas para dar cumprimento aos objetivos mais relacionados com os conceitos teóricos dos assuntos apresentados.

Sempre que possível, a teoria é complementada com a apresentação de exemplos práticos que também mostram as capacidades e as variadas aplicações das áreas envolvidas.

Nas aulas tutoriais são analisados exemplos de aplicação que reforça a ligação entre os conteúdos teóricos e as aplicações dos métodos de pesquisa evolucionária.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The classes are kind of both theoretical and practical, giving teachers enough tutorial support for extra-curricular hours. Classes, type theory, are used to meet the goals more related to the theoretical concepts of the topics presented.

Whenever possible, the theory is complemented by the presentation of practical examples also show the capabilities and applications of the various areas involved.

In the tutorial classes are analyzed examples of application that reinforces the connection between the theoretical and the applications of the evolutionary search methods.

3.3.9. Bibliografia principal:

David E. Goldberg; Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning, Addison Wesley, 1989. ISBN: 0-201-15767-5

Neri, Ferrante; Cotta, Carlos; Moscato, Pablo (Eds.); Handbook of Memetic Algorithms, Springer, 2012. ISBN: 978-3-642-23246-6

Felix T.S. Chan e Manoj Kumar Tiwari; Swarm Intelligence, Focus on Ant and Particle Swarm Optimization, INTECH, 2007. ISBN: 978-3-902613-09-7

Mapa IV - Dinâmica em Modelos Biológicos/Biological Dynamics

3.3.1. Unidade curricular:

Dinâmica em Modelos Biológicos/Biological Dynamics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Alberto Adrego Pinto Número total de horas de contacto: (42h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

A UC visa introduzir os fundamentos dos modelos matemáticos em biologia. São abordados os conceitos fundamentais da área em questão, assim como as ferramentas matemáticas mais relevantes para a sua análise.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The course aims to introduce the fundamentals of mathematical models in biology. Examines the fundamental concepts of the area, as well as the most relevant mathematical tools for their analysis.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Modelos dinâmicos em Ecologia, Epidemiologia, Imunologia e em sistemas biológicos. Introdução aos equilíbrios dinâmicos, estabilidade, funções de Lyapunov, bifurcações, dinâmica caótica topológicos. Estabilidade estocástica, equilíbrio quase-estacionárias. Equilíbrio de Nash, equilíbrio estocasticamente estável, estado evolutivamente estável, a teoria dos jogos evolucionários. SIS, SIR, os modelos SIRS: limites, bifurcações, aproximação de campo médio, equilíbrio quase-estacionários, vacinação, efeitos teóricos de jogos na vacinação. Modelação dinâmica de células T e células T reguladoras: estudo da imunidade, limiares de bifurcação, ciclos limites, a análise de dados. Biologia de sistemas e análise dinâmica. Modelos de bioenergia.

3.3.5. Syllabus:

Dynamic models in Ecology, Epidemiology, Immunology and in Biological systems. Introduction to Dynamical equilibria, stability, Lyapunov functions, bifurcations, topological chaotic dynamics. Stochastic stability, quasi-stationary equilibria. Nash equilibria, Stochastically stable equilibrium, evolutionarily stable state, evolutionary game theory. SIS, SIR, SIRS models: thresholds, bifurcations, mean field approximation, pair approximation, quasi-stationary equilibria, vaccination, game theoretical effects in vaccination. T-cells and regulatory T cells dynamics modeling: immune diseases, bifurcation thresholds, limit cycles, data analysis. Systems biology and dynamic analysis. Bioenergy models.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa da disciplina incide com particular ênfase nos conceitos fundamentais dos assuntos da área (com destaque para os conceitos de equilíbrio), que constituem o principal objectivo da UC.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course syllabus puts great emphasis on the fundamental concepts the subject (with emphasis in equilibria), that constitute the main objective of the course.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Apresentação dos assuntos da cadeira e sua discussão científica com os estudantes. Avaliação sem exame final.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Presentation of the topics of the course and scientific discussion with the students. Evaluation without final exam

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A discussão aprofundada dos tópicos da cadeira será muito importante com vista a atingir o objectivo de apreensão por parte dos estudantes dos conceitos fundamentais da área e de incentivo à investigação por parte dos estudantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The discussion of the topics of the course will be very important to achieve the desired goal of student's comprehension of the main concepts of the subjects, as well as raising the student's awareness for modern

research topics in the area.

3.3.9. Bibliografia principal:

U. Dieckmann, J.A.J. Metz, M.W. Sabelis and K. Sigmund, Adaptive Dynamics of Infectious diseases, Cambridge press 2002
J. Hofbauer, K. Sigmund, Evolutionary games and population dynamics, Cambridge press 2002.
M. A. Nowak, Evolutionary dynamics: exploring the equations of life, Harvard press 2006.
M. Peixoto, A. A. Pinto, D. Rand, Dynamics, Games and Science I and II. Springer Proceedings in Mathematics series: 1 and 2 (2011).
A. A. Pinto, N. J. Burroughs, M. Ferreira, and B. M. P. M. Oliveira. Dynamics of immunological models. Special issue ECMTB08. Acta Biotheoretica 58 (2010), no. 4, 391-404.
J. Martins, A. A. Pinto, and N. Stollenwerk. A scaling analysis in the SIRI epidemiological model. Journal of Biological Dynamics 3 (2009), no. 5, 479-496.
N. Stollenwerk, J. Martins, and A. A. Pinto. The phase transition lines in pair approximation for the basic reinfection model SIRI. Physics Letters A 371 (2007), no. 5-6, 379-388.

Mapa IV - Equações diferenciais com simetria/ Differential equations with symmetry

3.3.1. Unidade curricular:

Equações diferenciais com simetria/ Differential equations with symmetry

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Isabel Salgado Labouriau Número total de horas de contacto: 14h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Ana Paula da Silva Dias 14h
Manuela Alexandrina David de Aguiar 14h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

A aprendizagem pretende dotar os estudantes das ferramentas básicas para o estudo de bifurcações de equações diferenciais e sistemas dinâmicos com simetria compacta.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The students will be provided with the basic tools for studying bifurcations in differential equations and dynamical systems with compact symmetry.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Estudo qualitativo de equações diferenciais e às diferenças, dependência de parâmetros, bifurcação e estabilidade. Estudo da perda de simetria em bifurcação estacionária e bifurcação de Hopf. Pretende-se mostrar como a simetria pode ser usada de uma forma sistemática na análise, previsão e entendimento das propriedades dinâmicas. Ferramentas a usar: grupos de Lie; representações e acções; funções invariantes equivariantes, teorema de Hilbert-Weyl.

3.3.5. Syllabus:

Qualitative study of differential and difference equations, parameter dependence, bifurcation and stability. Study of symmetry breaking in steady-state and Hopf bifurcations. The aim is to show how symmetries may be used systematically to analyze, predict, and understand dynamic behaviour. Tools to be used are Lie groups; representations and actions; invariant and equivariant maps, Hilbert_Weyl theorem.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O conteúdo programático aborda as ferramentas básicas para dotar os estudantes de capacidade para tratar problemas de bifurcações de equações diferenciais e sistemas dinâmicos com simetria.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus contains the basic tools that allow a student to address questions in studying bifurcations in differential equations and dynamical systems with symmetry.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os

conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

- Avaliação: avaliação distribuída com exame final.

A avaliação distribuída poderá incluir a realização de testes escritos, projetos individuais ou de grupos, resolução de listas de exercícios e/ou apresentação oral de trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation: continuous evaluation with final exam.

The continuous evaluation may include written tests, individual or group projects, lists of problems and/or oral presentations.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Uma primeira exposição da matéria com posterior exemplificação e experimentação na resolução de problemas por parte dos estudantes permite uma sedimentação duradoura dos conhecimentos a adquirir.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching evolves from lecturing on the concepts to illustration and experimentation by the students through problem solving thus providing a lasting learning of the intended materials.

3.3.9. Bibliografia principal:

M. Golubitsky and D.G. Schaeffer, Singularities and groups in bifurcation theory Vol I (1985) Springer Verlag, New York - Berlin - Heidelberg - Tokyo

M. Golubitsky, I.N. Stewart and D.G. Schaeffer, Singularities and groups in bifurcation theory Vol II (1988) Springer Verlag, New York - Berlin - Heidelberg - Tokyo

M. Golubitsky and I.N. Stewart, The symmetry perspective --- from equilibrium to chaos in phase space and physical space (2002) Birkhäuser Verlag, Basel - Boston - Berlin

Mapa IV - Teoria de Bifurcação / - Bifurcation Theory

3.3.1. Unidade curricular:

Teoria de Bifurcação / - Bifurcation Theory

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Sofia Balbina Santos Dias de Castro Gothen Número total de horas de contacto: (42h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

A aprendizagem pretende dotar os estudantes das ferramentas básicas para o estudo de problemas de bifurcação.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The students will be provided with the basic tools for studying bifurcation problems.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Introdução ao estudo da alteração do comportamento qualitativo em sistemas dinâmicos com parâmetros. Estas alterações incluem, por exemplo, o aparecimento ou desaparecimento de estados de equilíbrio, mudanças no comportamento periódico das soluções, mudanças de estabilidade ou conduzir a comportamento caótico.

3.3.5. Syllabus:

Introduction to the study of the alteration of the qualitative behavior of dynamical systems with parameters. These alterations include, for instance, the appearing and disappearing of equilibrium states, changes in the periodic behavior of solutions, changes on the stability or lead to a chaotic behavior.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O conteúdo programático aborda as ferramentas básicas para dotar os estudantes de capacidade para abordar problemas em teoria de bifurcação.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus contains the basic tools that allow a student to address questions in bifurcation theory.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teórico-práticas e orientação tutorial. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Durante a orientação tutorial são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. A avaliação é distribuída sem exame final e os estudantes são avaliados através da apresentação de um trabalho escrito, objeto de apresentação e discussão.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and tutorials: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also tutorials, where exercises and related problems are solved. The evaluation is continuous without a final exam. The students submit a written report which is afterwards presented and discussed.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Uma primeira exposição da matéria com posterior exemplificação e experimentação na resolução de problemas por parte dos estudantes permite uma sedimentação duradoura dos conhecimentos a adquirir.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching evolves from lecturing of the concepts to illustration and experimentation by the students through problem solving thus providing a lasting learning of the intended materials.

3.3.9. Bibliografia principal:

- P. Chossat and R. Lauterbach. *Methods in equivariant bifurcations and dynamical systems, Advanced Series in Nonlinear Dynamics 15, World Scientific, Singapore 2000.*
- M. Field. *Lectures on Bifurcations, Dynamics and Symmetry, Pitman Research Notes in Mathematics 356, Longman, Harlow 1996.*
- M. Golubitsky and D.G. Schaeffer. *Singularities and Groups in Bifurcation Theory: Vol. I, Applied Mathematical Sciences 51, Springer-Verlag, New York 1985.*
- M. Golubitsky, I.N. Stewart, and D.G. Schaeffer. *Singularities and Groups in Bifurcation Theory: Vol. 2, Applied Mathematical Sciences 69, Springer-Verlag, New York 1988.*
- M. Golubitsky and I. Stewart. *The Symmetry Perspective: From Equilibrium to Chaos in Phase Space and Physical Space, Progress in Mathematics 200, Birkh'auser, Basel 2002.*

Mapa IV - Alterações Climáticas e Energia / Climate change and energy

3.3.1. Unidade curricular:

Alterações Climáticas e Energia / Climate change and energy

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Alberto Adrego Pinto Número total de horas de contacto: (42h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

A UC visa introduzir os fundamentos de Teoria de Jogos e teoria de equilíbrio geral, e economia matemática, e aplicá-los a modelos para energia e alterações climáticas. São abordados os conceitos fundamentais da área em questão, assim como as ferramentas matemáticas mais relevantes para a sua análise.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The course aims to introduce the fundamentals of Game theory, general equilibrium theory and economical

mathematics, and to apply them to energy and climate change models, by introducing the main concepts and the more relevant mathematical tools to its analysis.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Dinâmica e modelos económicos de Teoria de Jogos, de Teoria do Equilíbrio Geral e de Matemática Financeira aplicados a modelos de Alterações Climáticas e Energia.

3.3.5. Syllabus:

Dynamics and economical models in Game Theory, General equilibrium theory and Mathematical Finance, applied to climate change and energy models.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa da UC incide com particular ênfase nos conceitos fundamentais dos assuntos da área (com destaque para os conceitos de equilíbrio), que constituem o principal objectivo da UC.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course syllabus puts great emphasis on the fundamental concepts the subject (with emphasis in equilibria), that constitute the main objective of the course.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Apresentação dos assuntos da UC e sua discussão científica com os estudantes. Avaliação sem exame final.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Presentation of the topics of the course and scientific discussion with the students. Evaluation without final exam

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A discussão aprofundada dos tópicos da cadeira será muito importante com vista a atingir o objectivo de apreensão por parte dos estudantes dos conceitos fundamentais da área e de incentivo à investigação por parte dos estudantes.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The discussion of the topics of the course will be very important to achieve the desired goal of student's comprehension of the main concepts of the subjects, as well as raising the student's awareness for modern research topics in the area.

3.3.9. Bibliografia principal:

D. Fudenberg and J. Tirole; Game Theory, MIT Press, 1991

Aloísio Araújo; Introdução à Economia Matemática, IMPA, 1983

M. Khanna, J. Scheffran, D. Zilberman; Handbook of Bioenergy Economics and Policy, Springer, 2009

A. A. Pinto and David Zilberman, Modeling, Optimization and Bioeconomy. Springer Proceedings in Mathematics series 1 (in conclusion).

A. A. Pinto. Duopoly Models and Uncertainty. Interdisciplinary Applied Mathematics series. Springer-Verlag (in conclusion).

M. Peixoto, A. A. Pinto, and D. Rand, editors. Dynamics, Games and Science I and II. Springer Proceedings in Mathematics series 1 and 2 (2011), Chapter 21, 339-352.

Mapa IV - Teoria de Singularidades I / Singularity Theory I

3.3.1. Unidade curricular:

Teoria de Singularidades I / Singularity Theory I

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Sofia Balbina Santos Dias de Castro Gothen Número total de horas de contacto: (11h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Docentes que têm sido responsáveis por unidade curricular análoga nos últimos anos e que poderão assegurar

este serviço:

Maria Helena Pinto da Rocha Mena de Matos 10h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
A aprendizagem pretende dotar os estudantes das ferramentas básicas para o estudo de singularidades.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
The students will be provided with the basic tools for studying singularities.

3.3.5. Conteúdos programáticos:
Curvas e funções em curvas. Valores regulares e variedades diferenciáveis. Envolventes. Desdobramentos.

3.3.5. Syllabus:
Curves and functions on them. Regular values and smooth manifolds. Envelopes. Unfoldings.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
O conteúdo programático aborda as ferramentas básicas para dotar os estudantes de capacidade para abordar problemas em teoria de singularidades.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The syllabus contains the basic tools that allow a student to address questions in singularity theory.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):
As horas de contacto estão distribuídas em aulas teórico-práticas e orientação tutorial. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Durante a orientação tutorial são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. A avaliação é distribuída sem exame final e os estudantes são avaliados através da apresentação de um trabalho escrito, objeto de apresentação e discussão.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):
Lectures and tutorials: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also tutorials, where exercises and related problems are solved. The evaluation is continuous without a final exam. The students submit a written report which is afterwards presented and discussed.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
Uma primeira exposição da matéria com posterior exemplificação e experimentação na resolução de problemas por parte dos estudantes permite uma sedimentação duradoura dos conhecimentos a adquirir.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The teaching evolves from lecturing on the concepts to illustration and experimentation by the students through problem solving thus providing a lasting learning of the intended materials.

3.3.9. Bibliografia principal:
- J.W. Bruce and P.J. Giblin, "Curves and singularities", CUP 1999 (2nd edition)
- M. Golubitsky and D.G. Schaeffer. Singularities and Groups in Bifurcation Theory: Vol. I, Applied Mathematical Sciences 51, Springer-Verlag, New York 1985.
- M. Golubitsky, I.N. Stewart, and D.G. Schaeffer. Singularities and Groups in Bifurcation Theory: Vol. 2, Applied Mathematical Sciences 69, Springer-Verlag, New York 1988.

Mapa IV - Teoria de Singularidades II / - Singularity Theory II

3.3.1. Unidade curricular:
Teoria de Singularidades II / - Singularity Theory II

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
Isabel Salgado Labouriau 11h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Docentes que têm sido responsáveis por unidade curricular análoga nos últimos anos e que poderão assegurar este serviço:

Helena Maria Monteiro Moreira Oliveira dos Reis 10h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

A aprendizagem pretende dotar os estudantes das ferramentas básicas para o estudo de singularidades.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The students will be provided with the basic tools for studying singularities.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Transversalidade. Propriedades genéricas de curvas. Pontos singulares, aplicações de várias variáveis e superfícies genéricas.

3.3.5. Syllabus:

Transversality. Generic properties of curves. Singular points, several variables and generic surfaces.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O conteúdo programático aborda as ferramentas básicas para dotar os estudantes de capacidade para abordar problemas em teoria de singularidades.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus contains the basic tools that allow a student to address questions in singularity theory.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teórico-práticas e orientação tutorial. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Durante a orientação tutorial são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. A avaliação é distribuída sem exame final e os estudantes são avaliados através da apresentação de um trabalho escrito, objeto de apresentação e discussão.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and tutorials: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also tutorials, where exercises and related problems are solved. The evaluation is continuous without a final exam. The students submit a written report which is afterwards presented and discussed.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Uma primeira exposição da matéria com posterior exemplificação e experimentação na resolução de problemas por parte dos estudantes permite uma sedimentação duradoura dos conhecimentos a adquirir.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching evolves from lecturing on the concepts to illustration and experimentation by the students through problem solving thus providing a lasting learning of the intended materials.

3.3.9. Bibliografia principal:

- J.W. Bruce and P.J. Giblin, "Curves and singularities", CUP 1999 (2nd edition)

- M. Golubitsky and D.G. Schaeffer. Singularities and Groups in Bifurcation Theory: Vol. I, Applied Mathematical Sciences 51, Springer-Verlag, New York 1985.

- M. Golubitsky, I.N. Stewart, and D.G. Schaeffer. Singularities and Groups in Bifurcation Theory: Vol. 2, Applied Mathematical Sciences 69, Springer-Verlag, New York 1988.

Mapa IV - Métodos Avançados em Teoria da Relatividade / Advanced Methods in Relativity Theory**3.3.1. Unidade curricular:**

Métodos Avançados em Teoria da Relatividade / Advanced Methods in Relativity Theory

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
Jorge Paulo Maurício de Carvalho (UP) Número total de horas de contacto: (42h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:
n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
Como será de admitir que haja estudantes sem qualquer formação em Relatividade, no início pretende-se abordar sumariamente (em jeito de revisão) os conceitos da Teoria da Relatividade Restrita. Contudo, o objectivo fundamental desta unidade curricular consiste em tratar de forma aprofundada alguns assuntos relevantes da área da Teoria da Relatividade Geral em diversos contextos, esperando que no final do semestre os estudantes consigam ser capazes de obter soluções das Equações de Einstein em casos concretos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
It is expected that some students have no training in Relativity. Therefor we begin by addressing summarily (in the way of some kind of review) the concepts of the Special Theory of Relativity. However, the fundamental purpose of this course is to deal in depth with some issues relevant to the area of the General Theory of Relativity in several contexts, hoping that at the end of the semester the students will be able to get solutions of Einstein's equations in specific cases.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. *Revisão da Teoria da Relatividade Restrita*
2. *Alguns Conceitos e Resultados fundamentais de Geometria Diferencial*
 - 2.1. *Noção de conexão métrica e de derivada covariante*
 - 2.2. *Curvatura de uma variedade e tensores associados*
 - 2.3. *Transporte paralelo*
 - 2.4. *Equação das geodésicas e desvio geodésico*
3. *Relação entre Curvatura e Gravitação*
 - 3.1. *O princípio de Equivalência*
 - 3.2. *Formulação das equações de campo de Einstein*
4. *Soluções das Equações de Einstein*
 - 4.1. *Efeito de avanço do periélio*
 - 4.2. *Deflexão dos raios luminosos na presença de fortes campos gravitacionais*
 - 4.3. *As soluções interior e exterior de Schwarzschild*
 - 4.4. *Soluções cosmológicas*
5. *Ondas Gravitacionais*

3.3.5. Syllabus:

1. *Review of the main results and geometrical structure of Special Relativity*
2. *Foundations and main results of Differential Geometry*
 - 2.1. *Metric connexion and covariant derivative*
 - 2.2. *Manifold curvature and associated tensors*
 - 2.3. *Parallel transport*
 - 2.4. *Geodesic equations*
3. *The relation between curvature and gravitation*
 - 3.1. *The Equivalence Principle*
 - 3.2. *The Einstein field equations*
4. *Einstein Equations solutions*
 - 4.1. *The perihelion shift effect*
 - 4.2. *Light deflection in the presence of strong gravitational fields*
 - 4.3. *Interior and exterior Schwarzschild solutions*
 - 4.4. *Cosmological solutions*
5. *Gravitational waves*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos acima enunciados, sobre temas de Teoria da Relatividade Geral, são adequados a uma unidade curricular de um 3º ciclo de estudos, e, tendo em conta o número de horas de contacto existente na unidade curricular, aqueles conteúdos permitirão atingir os objetivos que foram acima expostos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus outlined above on subjects of General Theory of Relativity, is suited for a course of a 3rd cycle

studies, and according to the number of hours of contact in the course, those subjects will enable to achieve the goals that have been outlined above.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas T e OT. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados. As aulas de orientação tutorial servirão essencialmente para discussão de assuntos em que os estudantes tenham encontrado mais dificuldades, sobretudo na resolução de exercícios e problemas, previamente propostos. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina.

Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

De acordo com os regulamentos em vigor na UP, a avaliação pode assumir uma das seguintes formas, cabendo ao docente responsável decidir sobre o método a adotar, indicando o peso de cada componente na classificação final:

Avaliação: aval. distribuída sem exame final;

Poderá incluir a realização de testes escritos, projetos individuais ou de grupos, resolução de listas de exercícios e/ou apresentação oral de trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also tutorial lessons, where the discussion on the proposed exercises, and related problems, is open. All resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation: continuous evaluation with final exam;

The continuous evaluation may include written tests, individual or group projects, lists of problems and/or oral presentations.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Nas aulas são apresentados conceitos associados aos principais temas desta unidade curricular, de acordo com os conteúdos programáticos definidos e objetivos a alcançar. São também apresentados e discutidos os fundamentos e resultados mais importantes nos diversos temas, ilustrando sempre que possível esses resultados com alguns exemplos de aplicação.

De forma a que sejam integralmente cumpridos os objetivos acima enunciados, nas aulas de orientação tutorial pretende-se que os estudantes exponham as suas dúvidas relativamente a exercícios propostos sobre problemas concretos, e o mais diversificados possível, para aplicação e consolidação dos conhecimentos adquiridos nas aulas. Os exercícios são antecipadamente disponibilizados aos estudantes, de forma a permitir o estudo, e uma reflexão prévia sobre os assuntos necessários à sua resolução. As dúvidas de carácter teórico que impeçam a resolução de um qualquer exercício, serão discutidas e será feito um resumo dos assuntos teóricos relevantes para a resolução.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The lectures are organized in accordance with the syllabus and the intended outcomes, and frequent examples are given to help the students in their own study. Concepts associated to the main themes of this third cycle course are presented in classes with an essentially theoretical nature in accordance to the defined syllabus. Some fundamentals and the most important results in the several subjects are also introduced and discussed. When possible all the presented results are accompanied by illustrative examples.

To fully meet the objectives set out above, in classes with a tutorial supervision nature, an open discussion is expected, between all, on the problems the students have encountered to solve some exercises on specific situations. This allows a direct application of the theoretical background acquired during theoretical lectures. All the exercises are made available for students previously, in order they can study and reflect on the needed subjects. If it happens that a theoretical issue prevents the resolution of any exercise, a theoretical summary is done.

3.3.9. Bibliografia principal:

- Schutz B., (1985), *A first course in general relativity*, Cambridge University Press, Cambridge
- Schutz B., (1980), *Geometrical methods of mathematical physics*, Cambridge University Press, Cambridge
- Misner C. W., Thorne K. S. and Wheeler J. A., (1973), *Gravitation*, W. H. Freeman and Co. Press, S. Fransico
- Winberg S., (1972), *Gravitation and Cosmology*, John Wiley and Sons Press, New York

Mapa IV - Mecânica Geométrica / Geometrical Mechanics

3.3.1. Unidade curricular:

Mecânica Geométrica / Geometrical Mechanics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Inês Maria Bravo de Faria Cruz Número total de horas de contacto: (21h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Utilização de ferramentas de geometria diferencial no estudo de sistemas mecânicos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

To use tools from differential geometry in the study of mechanical systems.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

(i) Geometria simpléctica: geometria simpléctica em espaços lineares e em variedades diferenciáveis. (ii)

Formalismo Hamiltoniano: estudo de sistemas mecânicos do ponto de vista Hamiltoniano. Exemplos.

(iii) Acções simplécticas de grupos de Lie, momento e redução: uso de simetrias de um sistema mecânico para redução a um espaço de dimensão inferior. Exemplos.

3.3.5. Syllabus:

(i) Symplectic Geometry: symplectic geometry in vector spaces and in differential manifolds.

(ii) Hamilton mechanics: study of mechanical systems from the Hamiltonian point of view. Examples.

(iii) Symplectic actions of Lie groups, momentum and reduction: the use of symmetries of a mechanical system in reduction to lower dimension. Examples.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa foi delineado com vista à realização dos objetivos propostos para a unidade curricular.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The Syllabus was designed to accomplish the goals described in the outcomes.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

De acordo com os regulamentos em vigor na UP, a avaliação pode assumir uma das seguintes formas, cabendo ao docente responsável decidir sobre o método a adotar, indicando o peso de cada componente na classificação final:

- distribuída com exame final;

- distribuída sem exame final;

- excepcionalmente, apenas exame final.

A avaliação distribuída poderá incluir a realização de testes escritos, projetos individuais ou de grupos, resolução de listas de exercícios e/ou apresentação oral de trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation: According to the regulations of UP, the teacher may choose one of the following forms of evaluation,

- continuous evaluation with final exam;

- continuous evaluation without final exam;

- exceptionally, only final exam.

The continuous evaluation may include written tests, individual or group projects, lists of problems and/or oral presentations.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Sendo o objetivo a utilização de ferramentas de geometria diferencial no estudo de sistemas mecânicos, é importante que as aulas teóricas sejam complementadas com aulas práticas em que os estudantes aplicam os conceitos estudados a problemas clássicos da mecânica.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Since the goal is the use of differential geometry in the study of mechanical systems, it is of fundamental importance that exposition classes be complemented with exercise classes where the students use the theory in classical mechanical problems.

3.3.9. Bibliografia principal:

Mircea Puta. Hamiltonian Mechanical Systems and Geometric Quantization. Mathematics and Its Applications, volume 260, 1993, Kluwer Academic Publishers. ISBN 0-7923-2306-8.

Jerrold Marsden and Tudor Ratiu. Introduction to Mechanics and Symmetry. Texts in applied mathematics 17, 1994, Springer Verlag. ISBN 0-387-97275-7.

Ralph Abraham and Jerrold Marsden. Foundations of Mechanics. Benjamin and Cummings, Massachusetts. 2nd edition (1978).

Mapa IV - Bioestatística / Biostatistics**3.3.1. Unidade curricular:**

Bioestatística / Biostatistics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Corália Maria Fortuna de Brito Vicente 22h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Pedro Nuno Ferreira Pinto de Oliveira 10h

Maria Margarida da Fonseca e Castro Cardoso 10h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Pretende-se nesta unidade curricular dar aos estudantes os conhecimentos nas diversas metodologias e técnicas de tratamento de dados, gerados em áreas de biologia e de ciências biomédicas. O tratamento de dados inclui, desde a estatística descritiva, em que os estudantes serão capazes de um modo sucinto e organizado apresentar os seus dados/resultados mais importantes, até conhecimentos de métodos e metodologias de inferência estatística, e de modelos de procura de relações entre variáveis na tentativa de perceber o fenómeno por detrás dos dados obtidos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

It is intended in this course to give students knowledge in the various methodologies and techniques for analysing data generated in the areas of biology and biomedical sciences. Data analysis includes knowledge and competencies going from descriptive statistics, where students will be able in a succinct and organized way to present their data / results, but also knowledge of methods and methodologies of statistical inference, and of models of relationships between variables in an attempt to understand the phenomena behind the data collected.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Dados biológicos. População e amostra. Modelos de regressão. Linearização dos modelos. Estimação da função de regressão. Inferências na análise de regressão. Adequação do modelo de regressão. Coeficiente de determinação. Coeficiente de correlação.

Análise de Variância a um Factor - Modelo de Efeitos Fixos: pressupostos, testes de comparações múltiplas.

Análise de Variância com Dois Factores: pressupostos, efeitos principais e interação.

Modelos de Regressão Múltipla. Coeficiente de determinação parcial e coeficiente de determinação ajustado.

Propriedades dos estimadores de mínimos quadrados. Estimação da variância.

Intervalos de confiança e teste de hipóteses em regressão múltipla. Avaliação da adequação do modelo.

Multicolinearidade. Seleção de variáveis.

Introdução aos modelos de regressão logística. Coeficientes do modelos. Qualidade de ajuste. Explorar efeito modificador e controlar para confundimento em modelos de regressão logística multifactorial.

3.3.5. Syllabus:

Biological data. Population and sample. Regression models. Linearization of the models. Estimation of regression function. Inferences in regression analysis. Adequacy of the regression model. Coefficient determination. Correlation coefficient.

One-way analysis of variance: comparing several means, the analysis of variance F test, conditions for ANOVA, pairwise multiple comparisons. Two-way analysis of variance: conditions, main effects, and interaction.

Multiple Regression Model.

Multiple Regression Models. Partial coefficient of determination and adjusted coefficient of determination.

Properties of least squares estimators. Estimation of variance.

Confidence intervals and hypothesis testing in multiple regression. Evaluating the appropriateness of the model. Multicollinearity. Selection of variables. Introduction to logistic regression models. Coefficients of the models. Quality of fit. Explore modifying effect and control for confounding in multifactor logistic regression models.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa da UC inclui os tópicos, de estatística descritiva e de estatística inferencial incluindo alguns modelos mais importantes de relacionamento de variáveis que, se dominados pelos estudantes lhe permite atingir os objectivos pretendidos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The program of the course includes the topics of descriptive statistics and inferential statistics including some of the most important models of variable relationship that, if mastered by students will allow them to achieve the desired objectives.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

De acordo com os regulamentos em vigor na UP, a avaliação pode assumir uma das seguintes formas, cabendo ao docente responsável decidir sobre o método a adotar, indicando o peso de cada componente na classificação final:

- distribuída com exame final;
- distribuída sem exame final;
- excepcionalmente, apenas exame final.

A avaliação distribuída poderá incluir a realização de testes escritos, projetos individuais ou de grupos, resolução de listas de exercícios e/ou apresentação oral de trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation: According to the regulations of UP, the teacher may choose one of the following forms of evaluation,

- continuous evaluation with final exam;
- continuous evaluation without final exam;
- exceptionally, only final exam.

The continuous evaluation may include written tests, individual or group projects, lists of problems and/or oral presentations.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas permitem uma exposição dos conteúdos programáticos adequada ao público-alvo, enquanto que o trabalho individual com vista a apresentação do seminário sobre um tema permite o desenvolvimento de competências em investigação.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The lectures allow the presentation of concepts in a level suitable to the target audience and individual work allows the development of research skills.

3.3.9. Bibliografia principal:

Newman SC. Biostatistical methods in epidemiology. John Wiley & Sons, 2001

Jerrold Zar, Biostatistical Analysis, 5th Edition, Pearson New International Edition, 2013

Mapa IV - Sistemas Estocásticos / Stochastic Systems

3.3.1. Unidade curricular:

Sistemas Estocásticos / Stochastic Systems

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paula Manuela Lemos Pereira Milheiro de Oliveira 22h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Teresa Coelho Dias Arêde 10h

Maria de Lurdes de Oliveira Simões 10h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Compreender os principais conceitos e exemplos dos processos estocásticos (PE) em geral e dos processos de Markov em particular bem como a aquisição de técnicas de cálculo estocástico. Deve também ser capaz de: 1. analisar modelos PE, em especial de processos de Markov; 2. analisar o comportamento numa cadeia de Markov em tempo discreto; 3. resolver problemas com o processo de Poisson, com os tempos das ocorrências e com os intervalos entre elas; 4. resolver problemas com o processo de Wiener; 5. analisar a continuidade, a derivabilidade e o integral de Riemann, das trajectórias dum PE em média quadrática; 6. calcular integrais de Wiener (IW); 7. aplicar as propriedades do IW; 8. aplicar a fórmula de Itô a funções de processos de Itô; 9. resolver equações diferenciais estocásticas lineares; 10. discretizar PE que pertencem a diferentes famílias, 11. simulação de sistemas; 12. lidar com os sistemas de filas de espera.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

A student with success in this course should be able to: 1. analyze models of stochastic processes, in particular Markov processes, 2. analyze the behavior of a Markov chain in discrete time, in particular the periodicity and recurrence or transience of its states; 3. solve problems with the Poisson process, with the times of the events and the intervals between them; 4. solve problems with the Wiener process and some related processes; 5. analyze continuity, differentiability and Riemann integral, the trajectories of a stochastic process in quadratic mean; 6. compute Wiener integrals; 7. apply properties of Wiener integral 8. apply Itô's formula to functions of Itô processes 9. solve linear stochastic differential equations; 10. discretize stochastic processes belonging to different families; 11. simulate different stochastic systems that are inherently in continuous time by using a computer; 12. efficiently deal with queuing systems

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Módulo I 1 -Processos Estocásticos: conceitos, propriedades gerais e exemplos. Processos de Markov. Cadeias de Markov em tempo discreto e contínuo. Processo de Wiener. 2 -Cálculo estocástico. Integral de Wiener. Processos de Itô e fórmula de Itô. 3 -Equações diferenciais estocásticas. Equações diferenciais estocásticas lineares. Módulo II 1. Simulação de sistemas estocásticos em tempo discreto e contínuo. 2. Modelos de filas de espera. Lei de Little e relações fundamentais. Processo de nascimento e morte. Análise de sistemas com uma só fila. Principais características. Modelação de sistemas de espera em que o tempo de atendimento tem distribuição arbitrária. Fórmula de Pollaczek-Khinchin. Caracterização da distribuição do tempo de permanência no sistema usando cadeias de Markov embebidas. Filas de espera do tipo M/G/1 com pausas do servidor. Módulo III 1. Métodos de discretização de EDEs. 2. Simulação de séries temporais. Simulação de sistemas diferenciais estocásticos.

3.3.5. Syllabus:

Module I-1 Stochastic Processes. Markov processes. Markov chains in discrete and continuous time. Wiener process. 2-Stochastic Calculus. Wiener integral. Itô processes and Itô formula. 3-Stochastic differential equations. Linear stochastic differential equations. Module II 1. Simulation of stochastic systems in discrete and continuous time. 2. Queuing models. Structure and classification. Key performance measures. Little's Law and fundamental relationships. Process of birth and death. Analysis of systems with one line. Main features. Modeling of systems for which the service time has arbitrary distribution. Formula of Pollaczek-Khinchin. Characterization of the distribution of time spent in the system by using embedded Markov chains. Queues of M/G/1 type with pauses of the server. Module III 1. Discretization methods of EDEs. 2. Simulation of time series. Simulation of stochastic differential systems.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O estudo dos temas selecionados permite abordar uma grande parte dos problemas que surgem envolvendo o tema da UC e fornecem uma cultura adequada ao estudante para enfrentar o nível de conhecimentos exigido num 3º ciclo.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The study of the selected topics enables the approach to a large number of problems that emerge involving the theme of the UC and provide the student with the appropriate culture in order to meet the required level of knowledge of a 3rd degree cycle

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas T expositivas e de apoio nos projectos indiv. dos estudantes. Nas

primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a ex. para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas restantes são resolvidos apresentados os projectos e seus obj. gerais, para depois ser feito um trabalho mais individualizado com cada estudante. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas. A exposição dos temas e realização de trabalhos e exercícios de aplicação é feita com auxílio de meios computacionais.

Avaliação distribuída com exame final

Em cada Módulo a avaliação será feita por: exame final que valerá 50% da classificação total ; componente distribuída, que valerá 50% da classificação total. O peso de cada trabalho na componente distribuída é de 50% para o 1º módulo e 25% para os restantes.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The contact hours are distributed in lectures and individual projects for supervision of the students. In the first type of classes the contents of the program are presented, making use of examples to illustrate the concepts treated and guide students. In the remaining working projects are presented and its general objectives, to be followed afterwards in a more individualized work with each student. Support materials are available on the course page. In addition to the classes, there are periods of weekly attendance where students have the opportunity to ask questions. Presentation of subjects and project work benefits from the aid of computational methods.

Distributed evaluation with final written exam

In each module the assessment will be made by: final exam that is worth 50% of the total score; project work that will be worth 50% of the total score. The weight of each component in the distributed work is 50% for the 1st module and 25% for the others.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A realização de um trabalho e a discussão das matérias permite uma eficiente aprendizagem neste nível de ensino. O estudante será orientado para desenvolver em mais detalhe os temas que mais influência tenham na sua área de futura especialização.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The report assignment and the discussion of the UC contents allows for an efficient learning experience at this education level. The student will be oriented to develop in more detail those subjects that have more impact on his/her field of future specialization.

3.3.9. Bibliografia principal:

Taylor, H.M.; Karlin, S.; An introduction to stochastic Modeling, Academic Press, 1998

F.C.Klebaner; Introduction to Stochastic Calculus with Applications, Imperial College Press, 1998

V.G. Kulkarni; Modeling and Analysis of Stochastic Systems, Chapman & Hall/CRC, 1995

Henderson, D. & Plaschko, P.; Stochastic Differential Equations in Science and Engineering, World Scientific, 2006

Mapa IV - Amostragem e Controlo Estatístico da Qualidade / Sampling and Statistical Quality Control

3.3.1. Unidade curricular:

Amostragem e Controlo Estatístico da Qualidade / Sampling and Statistical Quality Control

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Fernanda Otilia de Sousa Figueiredo 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Adelaide Maria de Sousa Figueiredo 21h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final da UC, os estudantes devem:

- 1. Conhecerem as ferramentas mais importantes e conceitos da Teoria da Amostragem e Controle Estatístico da Qualidade*
- 2 Serem capaz de aplicar esses conceitos e ferramentas com rigor matemático e pensamento crítico.*
- 3. Serem capaz de resolver casos de estudo.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

In the end of the course, students should:

- 1. Know the most important tools and concepts of Sampling Theory and Statistical Quality Control*

2. *Be able to apply these concepts and tools with mathematical rigor and critical thinking.*
3. *Be able to solve case studies.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

TEORIA DA AMOSTRAGEM

1. Introdução

2. *Mét. amostragem empíricos ou não probabilísticos: Mét. quotas; Mét. amostragem intencional: Mét. indivíduos-tipo e Métamostragem snowball; Mét. amostragem por conveniência; Mét. itinerários aleatórios (random-route).*

3. *Métodos de amostragem probabilísticos: Amost. aleatória simples; Amost. aleatória estratificada; Amost.cachos.*

CONTROLO ESTATÍSTICO DA QUALIDADE

1. *Principais técnicas estatísticas em Controlo Estatístico da Qualidade.*

2. *Controlo de aceitação: planos de amostragem; curva característica operacional, rectificação de lotes, qualidade média à saída e limite da qualidade média à saída; dimensão média da amostra, quantidade média inspecção, risco do produtor e risco do consumidor.*

3. *Controlo estatístico do processo produtivo: cartas de controlo e políticas amostrais FSI e VSI; medidas de desempenho de uma carta de controlo; testes de runs; Cartas de controlo de Shewhart, carta CUSUM e cartas EWMA; outras cartas de controlo especiais.*

3.3.5. Syllabus:

Sampling

1. *Introduction 2. Some empirical or non-probabilistic sampling methods: Quota sampling; Random-route sampling; Snowball sampling.*

3. *Probabilistic sampling methods: simple random sampling; stratified simple random sampling; Cluster and multi-stage sampling.*

Statistical Quality Control 1. *Introduction. Most important statistical tools in quality control.*

2. *Acceptance sampling: Types of sampling plans.*

3. *Statistical Process Control: Brief introduction to control charting. Different types of control charts. Sampling plans: FSI (Fixed Sampling Intervals) and VSI (Variable Sampling Intervals). Properties of FSI and VSI control charts. Measures of performance: Type I and type II errors; ARL (Average Run-Length), ANSS (Average Number of Samples to Signal) and ATS (Average Time to Signal). The most common Shewhart control charts for quantitative variables.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Quer os conteúdos programáticos quer os objetivos foram escolhidos atendendo a que se trata de uma disciplina que fornecerá bases para futura investigação nas áreas de Amostragem e Controlo da Qualidade.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Both the syllabus and the goals were chosen attempting that the discipline provides a basis for future research in the areas of Statistical Quality Control and Sampling.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

Avaliação distribuída com exame final.

Trabalho sobre Amostragem: 35%

Trabalho sobre Controlo Qualidade: 35%

Exame final (Amostragem e Controlo da Qualidade): 30%

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Continuous evaluation with final exam.

Sampling practical assignment, with oral presentation: 35%

SPC practical assignment, with oral presentation: 35%

Final exam (Sampling and SPC): 30%

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Com base na larga experiência profissional da equipa docente, a metodologia de ensino adotada é a que nos parece mais adequada para atingir os objetivos propostos.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
Based on the professional experience of the teacher's team the adopted teaching methodologies seem to be the most appropriate.

3.3.9. Bibliografia principal:

Amostragem

1. Ardilly, P. (2006), *Les techniques de sondage*, Technip, Paris.
2. Barnett, V. (1991). *Sample Survey – Principles and Methods*. John Wiley & Sons.
3. Cochran, W. G. (1977). *Sampling Techniques*, 3rd edition. Wiley.
4. Gomes, P. (1998). *Tópicos de Sondagens. Livro do curso do VI Congresso Anual da SPE, Tomar.*

Controlo Estatístico da Qualidade

1. Chakraborti, S., Human, S.W. and Graham, M.A. (2011). *Nonparametric (distribution free) quality control charts*. In N. Balakrishnan, Ed., *Methods and Applications of Statistics*.
2. M. Ivette Gomes, Fernanda Figueiredo, M. Isabel Barão (2010). *Controlo Estatístico da Qualidade. Edições SPE.*
3. Montgomery, D. C. (2008). *Introduction to Statistical Quality Control*, 6th edition, John Wiley & Sons, New York.
- 4. Ryan, P.T. (2000). *Statistical Methods for Quality Improvement*, 2nd edition. Wiley Inter-Science.

Mapa IV - Análise e Processamento de Imagem / Image Processing and Analysis

3.3.1. Unidade curricular:

Análise e Processamento de Imagem / Image Processing and Analysis

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

André Ribeiro da Silva Marçal Número total de horas de contacto: (21h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Esta unidade curricular apresenta os principais conceitos e técnicas de análise e processamento digital de imagem. O objetivo é que no final da UC os estudantes sejam capazes de planear e implementar algoritmos para a extracção de informação a partir de imagens. A orientação da disciplina privilegia a compreensão dos conceitos e métodos e a sua utilização efectiva na análise de dados simulados e experimentais.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The course presents the main concepts and techniques of digital image processing and analysis. The main goal is that in the end of the course the students will be able to plan and implement algorithms for information extraction from images.

The course orientation focus on the understanding of concepts and methods, and its effective use in synthetic and experimental data analysis.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Conceitos básicos de processamento digital de imagem. Operações pontuais e filtros espaciais. Modelos de representação de cor. Segmentação de imagem. Operadores Morfológicos. Classificação automática de imagens multi-espectrais. Correções Geométricas e referênciação de imagens. Representação e reconhecimento de objectos. Exemplos de aplicações.

3.3.5. Syllabus:

Fundamentals of digital image processing. Intensity operations and spatial filtering. Colour models. Image segmentation. Morphological operators. Multi-spectral image classification. Geometric correction and image referencing. Image processing in the frequency domain. Representation and object recognition. Examples of Applications.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A orientação da UC privilegia a compreensão dos conceitos e métodos e a sua utilização efectiva na análise de dados simulados e experimentais. É atribuído um pequeno projecto individual a cada estudante.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course orientation focus on the understanding of concepts and methods, and its effective use in synthetic and experimental data analysis. A small individual project is assigned to each student.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas (T), onde são apresentados os conceitos e métodos de Análise e Processamento de Imagem, e orientação tutorial (OT), onde é feito um acompanhamento dos projectos individuais.

A avaliação tem por base o projecto individual, nas seguintes vertentes: qualidade e volume de trabalho, documento escrito (artigo) e apresentação oral.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The course is composed of lectures (T), where the concepts and methods of Digital Image Processing are presented, and supervision sessions (OT), where support is provided for the execution of the individual projects. The course evaluation is based on the individual project, in the following components: quality and volume of work, written document (paper) and oral presentation.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A orientação da UC privilegia a compreensão dos conceitos e métodos e a sua utilização efectiva na análise de dados simulados e experimentais. É atribuído um pequeno projeto individual a cada estudante.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course orientation focus on the understanding of concepts and methods, and its effective use in synthetic and experimental data analysis. A small individual project is assigned to each student.

3.3.9. Bibliografia principal:

Digital image processing using MATLAB / Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods, Steven L. Eddins, Prentice Hall, 2004 (000091303. ISBN: 0-13-008519-7)

Digital image processing / Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods, Prentice Hall, 2008 (000091878. ISBN: 978-0-13-168728-8)

Image processing, analysis, and machine vision / Milan Sonka, Vaclav Hlavac, Roger Boyle, Thomson Learning, 2008 (000093668. ISBN: 0-495-08252-X)

Computer Vision: Algorithms and Applications, Richard Szeliski, Springer, 2010 (available at <http://szeliski.org/Book/>)

Mapa IV - Classificação de Dados: Metodologias, Validação e Consenso/Data Clustering: Methods, Validation...**3.3.1. Unidade curricular:**

Classificação de Dados: Metodologias, Validação e Consenso/Data Clustering: Methods, Validation...

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Paula de Pinho de Brito Duarte Silva 11h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Fernanda Maria Campos de Sousa 10h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Formar os estudantes na área de classificação de dados, incluindo os principais métodos disponíveis, as técnicas de validação de resultados e de análise de consenso, de forma a permitir que os estudantes saibam fazer opções metodológicas adequadas, valorizando as ajudas à interpretação dos resultados e a tomada de decisões. Fomentar o uso de software estatístico de forma adequada.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The objectives of this curricular unit are to provide the students knowledge in the field of data classification, including the main available methods, validation techniques and consensus analysis, so that they are able to make adequate methodological options, valuing the aids to the results' interpretation and decision making. The unit also aims at fostering the adequate use of statistical software.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Principais Modelos e Medidas de Comparação
Classificação Não Hierárquica
Classificação Hierárquica e Extensões
Abordagens de Validação
Consensos de Classificações

3.3.5. Syllabus:

Main Classification Models and Comparison Measures.
Non-Hierarchical Clustering
Hierarchical Clustering
Validation Approaches
Consensus of Classifications.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias propostas no programa cobrem diferentes situações em que o objectivo é classificar um conjunto de elementos a partir de uma base de dados multivariados:

Assim :

- *As Medidas de Comparação, de indivíduos e variáveis, para diferentes tipologias de variáveis, são a base da Classificação;*
- *A Classificação Não Hierárquica permite classificar um conjunto de indivíduos num número pré-definido de classes, que se pretendem homogéneas e bem separadas;*
- *Os métodos de Classificação Hierárquica produzem hierarquias de classificações sobre um conjunto de elementos, indivíduos ou variáveis. A escolha de um nível da hierarquia fornece uma partição;*
- *As diferentes abordagens de Validação têm como objectivo apoiar decisões, avaliando e discutindo a qualidade dos resultados dos métodos de classificação;*
- *A teoria de Consensos usa a combinação de diferentes classificações, sobre um mesmo conjunto, para construir um melhor agrupamento, no sentido de ser mais robusto, estável e consistente.*

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The methodologies proposed in the syllabus cover a variety of situations, where the objective is to cluster a set of elements from multivariate data bases.

Into more detail :

- *Comparison Measures, of individuals and variables, for different types of variables, are the basis of Cluster Analysis ;;*
- *Non Hierarchical Clustering allows clustering a set of individuals in a pre-defined number of clusters, that should be homogeneous and well-separated.;*
- *Hierarchical Clustering methods produce hierarchies of classifications on a set of elements, individuals or variables. The choice of a particular level of a hierarchy provides a partition ;*
- *The different Validation approaches are aimed at decision support, evaluating and discussing the quality of the results obtained with clustering methods;*
- *Consensus theory combines different classifications on a same set, to obtain a better clustering, that is more robust, stable and consistent.*

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas teóricas-práticas, com exemplos ilustrativos e exemplos com utilização de software.

Exercícios propostos para resolução fora da aula.

Acompanhamento do trabalho prático.

Avaliação

Realização e apresentação oral dos seguintes trabalhos (individuais):

- 1) *Trabalhos teóricos: a) um resumo curto, 4 a 6 páginas, de 3 dos 4 grandes capítulos que compõem o programa: Classificação Não Hierárquica, Classificação Hierárquica, Validação, Consenso. b) um ensaio mais alargado, até 20 páginas, do capítulo restante, podendo completar os conteúdos indicados com outros, estudados a partir da literatura.*
- 2) *Trabalho prático: consistindo na análise multivariada de uma base de dados reais, utilizando os métodos leccionados na disciplina, por recurso a um ou mais packages estatísticos (peso de 50% na classificação final). A classificação final será a média aritmética da classificação dos 2 trabalhos, tendo em conta os respectivos relatórios e apresentações orais.*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Mixed lectures – applied classes, with illustrative examples and examples of data analysis using statistical packages.

Training exercises to be done outside class.

Following of the applied assignment realization.

Evaluation

Realization and oral presentation of the following (individual) assignments :

- 1) **Theoretical assignments :** a) short summary, 4-6 pages, of 3 out of the 4 main chapters that compose the syllabus: *Non-Hierarchical Clustering, Hierarchical Clustering, Validation, Consensus* . b) a larger text, up to 20 pages, of the remaining chapter, where the student may complete the given topics with others, studied in the literature (weight of 50% in the final classification).
- 2) **Applied assignment,** consisting in the multivariate data analysis of a real data base, by means of the methods presented in the lectures, and using one or more statistical packages (weight of 50% in the final classification).

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A apresentação teórica dos fundamentos das metodologias propostas, ilustrada com exemplos práticos, permite aos estudantes entender o objectivo, vantagens e desvantagens de cada método quais as condições em que pode/deve ser aplicado, e como se podem interpretar os resultados.

O trabalho teórico avalia se os vários aspectos foram devidamente assimilados e se os estudantes têm capacidade de, a partir de bibliografia sugerida e com acompanhamento docente, desenvolver um tema leccionado.

O trabalho prático dá um passo mais em direção a aplicações reais , onde os estudantes são confrontados com dados de dimensão real, e devem mostrar que sabem identificar os problemas que se colocam, quais as metodologias mais adequadas para os resolver, e como interpretar os resultados obtidos.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The presentation of the theoretical foundations of the proposed methodologies, illustrated with practical examples allows the students to understand the objectives, advantages and drawbacks of each method, under which conditions it may be applied, and how the results are to be interpreted.

The theoretical assignment evaluates whether these aspects have been assimilated and the students are able of, based on indicated literature and with help from the professors, develop a presented..topic

The practical assignment makes a further step towards real data applications, where students are confronted with data of real dimension, and must show they can identify what problems are present and what methodologies are most adequate to deal with them, and how to interpret the obtained results.

3.3.9. Bibliografia principal:

- ANDERBERG, M.R. (1973). *"Cluster Analysis for Applications"*, Academic Press: New York.
- BORIS MIRKIN (1996). *"Mathematical Classification and Clustering"*, Kluwer Academic Publishers.
- BORIS MIRKIN (2005). *"Clustering for Data Mining : A Data Recovery Approach"*, Chapman and Hall/CRC.
- EVERITT, B.S., LANDAU, S., LEESE, M. (2001), *"Cluster Analysis"*, 4th Edition Arnold, London.
- GORDON, A.D. (1981). *"Classification: Methods for the Exploratory Analysis of Multivariate Data"*, Chapman and Hall, London.
- GORDON, A.D. (1999). *"Classification"*, 2nd Edition, Chapman and Hall, London.
- KAUFMAN, L., ROUSSEEUW, P. (1990). *"Finding Groups in Data: "An Introduction to Cluster Analysis"*, John Wiley & Sons, Inc.

Mapa IV - Complementos de Estatística/ Complementary Statistics

3.3.1. Unidade curricular:

Complementos de Estatística/ Complementary Statistics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Alexandra Patrícia Horta Ramos Horas de contacto: (21h TP/OT)

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

A unidade curricular de Complementos de Estatística pretende formar estudantes capazes de adotar os métodos estatísticos adequados que apoiam o processo de análise de dados e tomada de decisão em problemas reais.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The course of Complementary Statistics aims to form students which are able to choose the appropriate statistical methods that support the data analysis process used in real problems.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. *Testes da qualidade do ajustamento: teste do qui-quadrado e teste Kolmogorov-Smirnov*
2. *Teste de independência*
3. *Teste do sinal*
4. *Teste de Wicoxon*
5. *Testes de localização para 2 populações com amostras emparelhadas*
6. *Teste de Mann-Whitney*
7. *Análise de variância simples. Métodos de comparações múltiplas*
8. *Teste de Kruskal-Wallis*
9. *Análise de variância dupla. Métodos de comparações múltiplas*

3.3.5. Syllabus:

1. *Tests of goodness of fit: Chi-square test and Kolmogorov-Smirnov test*
2. *Test of Independence*
3. *Signal test*
4. *Wicoxon test*
5. *Location tests for two populations with paired samples*
6. *Mann-Whitney-Wilcoxon test*
7. *One-way analysis of variance. Methods for multiple comparisons.*
8. *Kruskal-Wallis test*
9. *Two-way analysis of variance. Methods for multiple comparisons.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os métodos não paramétricos e a análise de variância fornecem complementos para as ferramentas estatísticas necessárias na análise e tratamento de dados. A apresentação detalhada desses métodos e das diferentes situações em que estes podem ser usados, permite ao aluno selecionar o método adequado ao seu problema real.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Nonparametric methods and analysis of variance enrich the statistical tools necessary for data analysis. A detailed presentation of these methods as well as the situations they can be used will provide the student the ability of choosing the adequate method to be used in real problems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

A avaliação será distribuída sem exame final consistindo na realização de dois testes escritos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

The evaluation will be continuous without final exam and will consist in two written tests.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Uma vez adquiridos os conhecimentos por parte do estudante, recorre-se à realização de exercícios e problemas práticos para que o estudante saiba utilizar estes métodos na análise de dados.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Once students have learned the methods, exercises and related problems are solved in order to provide students with the capacity to use them in data analysis.

3.3.9. Bibliografia principal:

Bento J. F. Murteira, Carlos S. Ribeiro, João A. e Silva, Carlos Pimenta; Introdução à Estatística, Escolar Editora, 2010.

Myles Hollander, Douglas A. Wolfe; Nonparametric Statistical Methods, wiley, 1999.

Higgins, J. Introduction to Modern Nonparametric Statistics. Duxbury, 2003.

Mapa IV - Estatísticas de Ordem e Aplicações / Order Statistics and Applications

3.3.1. Unidade curricular:

Estatísticas de Ordem e Aplicações / Order Statistics and Applications

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Margarida Maria Araújo Brito 10.5h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Marta Susana Ribeiro Ferreira 10.5h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Conhecer as propriedades relevantes das estatísticas de ordem e perceber a diversidade das possíveis aplicações na modelação probabilística e estatística.

Dominar os conceitos e métodos fundamentais, probabilísticos e estatísticos, da teoria dos valores extremos e saber aplicá-los na prática.

Aplicar técnicas matemáticas adequadas na análise de valores extremos em situações de interesse.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Know the important properties of the order statistics and be aware of their possible applications in probabilistic and statistical models.

Acquire a fundamental knowledge on both the probabilistic and statistical concepts, results and methods of extreme value theory and know how they can be applied in practice.

Be able to apply adequate mathematical techniques and develop skills for the analysis of extreme events in unfamiliar situations.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Estatísticas de ordem e o vetor das ordens. Funções das estatísticas de ordem, representações. As estatísticas de ordem e a inferência estatística.

Distribuição limite das estatísticas de ordem central.

Relevância do estudo dos extremos em variados domínios. Caracterização probabilística e modelação estatística de valores extremos. Tópicos abordados incluem a convergência fraca dos extremos e das excedências, as distribuições generalizadas de extremos (GEV) e de Pareto (GPD), caracterização através de processos pontuais, inferência em modelos de extremos.

Exemplos de aplicação, tópicos avançados e discussão de problemas atuais.

3.3.5. Syllabus:

Order statistics and the vector of ranks. Representations and transformations. Role of the order statistics in statistical inference.

Limit distributions of central order statistics.

Importance of the study of the extremes in diversified domains. Probabilistic characterisation and statistical extreme value modelling. Some of the topics covered are: the weak convergence of extremes and exceedances, the generalized extreme (GEV) and Pareto distributions (GPD), point process methodology, inference in extreme value models.

Examples of application, some advanced topics and discussion of problems of research interest in the field.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O programa cobre as propriedades principais das estatísticas de ordem, os aspectos gerais teóricos e práticos da modelação de valores extremos. São apresentados os métodos fundamentais para o estudo de acontecimentos extremos, analisados e discutidos exemplos de aplicação, ilustrando a grande diversidade e relevância das possibilidades de aplicação da teoria de valores extremos.

São discutidos problemas específicos de análise de acontecimentos extremos e metodologias apropriadas, tendo em conta o enquadramento da u.c. no programa e o desenvolvimento dos planos de investigação individuais, contribuindo também para a seleção dos tópicos adicionais a incluir.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus includes the main properties of the order statistics, the theoretical and practical aspects of extreme value modelling. In particular, the course covers fundamental methods for the study of extreme events, providing an illustration of the rich possibilities for applying extreme value theory, by means of diversified examples.

Specific problems of analysis of extreme events are analyzed and discussed, taking into account the other courses in the programme and the development of the individual research plans, contributing also for the selection of the additional topics.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Exposição e discussão dos temas, exercícios e problemas relacionados nas aulas, usando os meios adequados. As resoluções dos exercícios, problemas e alguns dos temas são apresentados pelos estudantes e discutidos por todos os participantes da u.c.. Nas OT, são orientados os trabalhos e estudo em curso, bem como o projeto final, envolvendo a elaboração de um relatório, com posterior apresentação e discussão. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina.
Avaliação: Distribuída sem exame final.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures, where the topics of the syllabus, exercises and related problems are presented and discussed, using the adequate means. Exercises, problems and some of the topics are presented by the students and discussed by all the participants of the uc.. During tutorials, supervision of the work and study in progress is provided, including the project work, which involves a written report and posterior oral presentation and discussion. Resources are available for students at the unit's web page.
Evaluation: Continuous evaluation without final exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino seguidas são aquelas que se consideram adequadas ao nível de 3º ciclo, numa disciplina desta área. A participação ativa dos estudantes nas aulas, a resolução dos problemas e realização de trabalhos, promove a consolidação dos princípios e métodos abordados, em particular, a modelação de valores extremos em situações concretas, englobando os seus aspectos probabilísticos e estatísticos. O projeto final permite reforçar e aprofundar os conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades de investigação independente.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodologies followed are those thought to be adequate for a PhD course in this area. The active participation of the students in classes, solving problems and worked examples, enables them to consolidate the principles and methods studied, and, in particular, the modelling of extreme events in concrete situations, involving the probabilistic and statistical aspects. The final project provides the opportunity to reinforce and deepen the knowledge and to develop the independent research skills.

3.3.9. Bibliografia principal:

*S. Coles, An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values, Springer, 2001.
 H. David e H. N. Nagaraja, Order Statistics, Wiley, 2003.
 M. R. Leadbetter, G. Lindgren e H. Rootzén, Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes, Springer-Verlag, 1983.
 R. D. Reiss, Approximate Distributions of Order Statistics, Springer, 1989.*

Mapa IV - Extração de Conhecimentos em Fluxos Contínuos de Dados / Data Stream Mining**3.3.1. Unidade curricular:**

Extração de Conhecimentos em Fluxos Contínuos de Dados / Data Stream Mining

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

João Gama Número total de horas de contacto: 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

No final do semestre os estudantes deverão ser capazes de formular um problema como problema de extração de conhecimento. Serem capazes de aplicar métodos/algoritmos a um novo problema de análise de dados, e serem capazes de avaliar os resultados e compreender o funcionamento dos métodos estudados.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

At the end of the semester students should be able to formulate a problem as a problem of knowledge extraction. Be able to apply methods / algorithms to a new problem of data analysis, and be able to evaluate the results and understand the functioning of the methods studied.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Análise de dados espaço-temporais

Fluxos contínuos de dados: algoritmos e métodos para classificação, análise de agrupamentos, deteção de novidade e deteção de mudança.

Análise de redes sociais.

3.3.5. Syllabus:

Spatio-temporal data analysis.

Data streams: main algorithms for classification, clustering, novelty and change detection. Case studies.

Social Network Analysis.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O conteúdo programático aborda os métodos mais importantes e desenvolvimentos recentes. Nesta UC são apresentados os tópicos avançados de extração de conhecimento e análise de dados para dados complexos

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course covers the most important methods and recent developments. It covers advanced topics in data mining applied to complex data.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

- A avaliação é distribuída sem exame final;

A avaliação distribuída poderá incluir a realização de testes escritos, projetos individuais ou de grupos, resolução de listas de exercícios e/ou apresentação oral de trabalhos.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation: continuous evaluation without final exam;

The continuous evaluation may include written tests, individual or group projects, lists of problems and/or oral presentations.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Nas aulas os conteúdos são ilustrados com exemplos práticos baseados em casos reais. Para cada conteúdo são propostos casos práticos para discussão.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Topics are illustrated with practical examples, and case studies for discussion.

3.3.9. Bibliografia principal:

Knowledge Discovery from Data Streams, J. Gama, Chapman & Hall, 2010

Data Mining Concepts and Techniques, J. Han, Morgan Kaufmann, 2008

Mapa IV - Filtragem de Sistemas Parcialmente Observados/ Filtering of stochastic systems**3.3.1. Unidade curricular:**

Filtragem de Sistemas Parcialmente Observados/ Filtering of stochastic systems

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paula Manuela Lemos Pereira Milheiro de Oliveira 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):
Conhecer com profundidade os princípios subjacentes aos métodos de filtragem de observações provenientes de sistemas evolutivos com componentes estocásticas.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):
Knowing in depth the principles underlying the methods of filtering observations taken from evolutionary systems exhibiting stochastic components

3.3.5. Conteúdos programáticos:
Modelos estocásticos de dinâmica linear e não linear. Filtros lineares óptimos, preditores e suavizadores. O Filtro de Kalman-Bucy e as suas propriedades. Estudo da Equação de Riccati. Filtragem não linear. O Filtro de Kalman Extendido e suas propriedades. Aspectos práticos. Aplicações em diversas áreas.

3.3.5. Syllabus:
Stochastic models for linear and nonlinear dynamics. Optimal linear filters, predictors and smoothers. The Kalman-Bucy and their properties. Study of the Riccati equation. Non-linear filtering. The Extended Kalman Filter and its properties. Practical aspects. Applications in various areas.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
O estudo das técnicas de filtragem de observações e suas propriedades determina que o estudante faça um percurso de aprendizagem que compreende o estudo da dinâmica estocástica linear, em primeiro lugar, e só mais tarde a não linear.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The study of filtering techniques and its properties determines that the student follows a learning process which involves the study of the linear stochastic dynamics first, and only later the nonlinear dynamics.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):
*O ensino envolve sessões de apresentação das matérias e sessões de discussão. A exposição dos temas e realização de trabalhos e exercícios de aplicação é feita com auxílio de meios computacionais.
 Avaliação distribuída com exame final
 A avaliação é efectuada através da realização de 2 trabalhos, com entrega de relatório e seguidos de uma prova final oral.*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):
*The teaching involves sessions with theoretical presentations and discussions. Presentation of subjects and project work benefits from the aid of computational methods.
 Distributed evaluation with final written exam
 The student grading will be based on two work projects with report assignments and a final oral exam.*

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:
A realização de um trabalho e a discussão das matérias permite uma eficiente aprendizagem neste nível de ensino.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:
The report assignment and the discussion of the UC contents allows for an efficient learning experience at this education level.

3.3.9. Bibliografia principal:
*Andrew H. Jazwinski. Stochastic processes and filtering theory , Academic Press, XIV, 376, 1970
 Andrew C. Harvey. "Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter", Cambridge U. Press, 2001
 Xuerong Mao. Stochastic differential equations and their applications. - Chichester : Horwood Publishing, 1997
 Grewal, Mohinder S. Kalman filtering : theory and practice, Prentice Hall, 1993
 Rozovskii, B. L. Stochastic evolution systems : linear theory and applications to non-linear filtering, Kluwer Academic Publishers, 1990*

3.3.1. Unidade curricular:**SISTEMAS COM ACONTECIMENTOS DISCRETOS/DISCRETE EVENT SYSTEMS****3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:*****Fernando Manuel Ferreira Lobo Pereira 21h*****3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:*****n.a.*****3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):*****Aquisição das bases científicas para tratar - modelizar, analisar, sintetizar controlos e otimizar - sistemas com acontecimentos discretos. Domínio dos métodos e ferramentas subjacentes.******Estas incluem um quadro formal unificado para a modelização e análise de sistemas dinâmicos com eventos discretos e as principais ferramentas analíticas.******A abordagem sistémica inclui sistemas não temporizados, temporizados, determinísticos e estocásticos permitindo tratar sistemas definidos por redes de filas de espera.******Questões de controlo serão endereçadas para a classe dos processos de Markov que são tratáveis por métodos analíticos mais tradicionais. Para sistemas mais gerais, métodos de simulação, de análise de sensibilidade e técnicas construtivas de amostragem de realizações serão abordadas.******O espectro de tópicos é muito vasto e focar-se-á em questões seleccionadas para servir melhor os interesses dos planos de investigação dos estudantes.*****3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):*****Acquisition of the scientific basis to handle - modeling, analysis, control synthesis and optimization - discrete event systems. Mastering of the underlying methods and tools.******These include a unified modeling and analysis formal framework for discrete event driven dynamic systems and some associated key analytical tools are introduced and discussed.******The systemic approach encompasses untimed, timed, deterministic and stochastic systems, providing the basis to handle systems specified by networks of queues. For the class of Markov processes, which are amenable to more traditional analytic methods, control issues will be also addressed.******For more general classes of systems, simulation methods will be considered and sensitivity analysis and sample path constructive techniques are presented.******The spectrum of topics is very vast and not all the items might be covered with the same intensity. This enables to focus on issues selected to suit the interests of the students' research plans.*****3.3.5. Conteúdos programáticos:*****1. Introdução******2. Sistemas com acontecimentos discretos não temporizados - teoria das linguagens e de autómatos******3. Sistemas com acontecimentos discretos temporizados - autómatos temporizados******4. Sistemas com acontecimentos discretos temporizados estocásticos - processos estocásticos, autómatos temporizados estocásticos, processos semi-Markov generalizados e de Poisson******5. Cadeias de Markov - modelos, análise dos regimes transitório e permanente de sistemas de Markov em tempo discreto e contínuo******6. Cadeias de Markov controladas - processos de decisão de Markov e síntese de problemas de decisão de Markov******7. Teoria das filas de espera - modelos, desempenho e dinâmica de filas de espera, análise de sistemas de filas de espera Markovianos, análise e controlo de sistemas de filas de espera******8. Simulação de sistemas com acontecimentos discretos - simulação de sequenciamento de acontecimentos e orientada a processos, linguagens de simulação, análise da saída******9. Análise de sensibilidade*****3.3.5. Syllabus:*****1. Introduction******2. Untimed Models of Discrete-Event Systems - Languages and Automata Theory, Analysis of Untimed Models.******3. Timed Models of Discrete-Event Systems - Timed State Automata******4. Stochastic Timed Models for Discrete-Event Systems - Introduction to Stochastic Processes, Stochastic Timed State Automata, Generalized Semi-Markov Process, Poisson Process******5. Markov Chains - Models, Transition Probability Matrix, Transient and Steady State Analysis for Discrete-Time Markov Chains and Continuous-time Markov.******6. Controlled Markov Chains - Markov Decision Processes, Approaches to the Synthesis for Markov Decision Problems.******7. Queueing Theory - Queueing Models, Performance and Dynamics of a Queueing System, Analysis of Markovian Queueing Systems, Markovian Queueing Networks, Control of Queueing Systems.******8. Discrete-Event Simulation - The Event Scheduling Simulation Scheme, The Process-Oriented Simulation Scheme, Discrete-Event Simulation Languages, Output Analysis******9. Sensitivity Analysis***

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Os conteúdos programáticos adoptados para esta UC seguem de perto os da referência principal- Christos G. Cassandras, Stéphane Lafortune; Introduction to discrete event systems. ISBN: 0-7923-8609-4 - que é considerada uma das melhores referências no sentido de que associada a um elevado valor pedagógico, o facto de apresentar um panorâmica inclusiva e unificada dos Sistemas com Eventos Discretos. Para além destes dois atributos, os conteúdos programáticos escolhidos encaixam facilmente no "background" de sistemas e controlo no Mestrado Integrado em EEC, exibem um fio condutor muito claro que facilita a actividade dos estudantes, e, em cada capítulo, inclui exercícios em ilustrando a relevância dos conceitos, resultados e ferramentas para as classes de aplicações correspondentes.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus of the Curricular Unit follow closely those of the adopted main reference - Christos G. Cassandras, Stéphane Lafortune; Introduction to discrete event systems. ISBN: 0-7923-8609-4 - which , in this area, is considered one of the best text books in the sense that it associates a high pedagogic value, the fact that it provides a rather complete and integrated vista of the usually dispersed area of Discrete Event Systems. Besides these features, the chosen topics also fit very well in the usual control and systems background of Electrical and Computer Engineering students and Integrated Master level, exhibit a clear path linking the various topics that facilitates the students' activity, and, in chapter, it includes exercises illustrating the relevance of concepts, results and tools to the associated classes of applications.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Breve exposição de natureza estratégica de cada um dos capítulos principais.

Apresentação de um conjunto de temas por cada estudante seguida pela discussão técnica do grupo.

Execução pelos estudantes de exercícios desafio.

Discussão dos exercícios de forma a que os estudantes recebam feedback apropriado para melhorar os seus métodos de estudo.

Opcionalmente, o estudante poderá envolver-se num projecto envolvendo os tópicos acima.

Avaliação distribuída sem exame final, tendo o estudante de participar, em pelo menos 75% das sessões de trabalho para obter aproveitamento.

A classificação final é definida da seguinte forma:

Média das classificações atribuídas aos trabalhos dentro e fora do período de aulas ponderada com 60%.

Desempenho na apresentação e discussão técnica do trabalho do trabalho ponderada com 40%.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Short exposition of strategic nature for each one of the main chapters.

Presentation of a number of themes by each one of the students followed by a discussion by the group.

Challenging exercises to be addressed by the students.

Discussion of the exercises so that students receive proper feedback to enhance their studying methods.

Optionally the student might engage in a design project involving the topics above.

Distributed assessment without final exam, being the student is required to participate in at least 75% of the work sessions.

The final grading is defined as follows:

Average of the grades given to the exercises in the class and at home has a 60% weight.

Performance in the presentation and technical discussion of the work has a 40% weight.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A metodologia de ensino é coerente com os objectivos da unidade curricular uma vez que promove a autonomia científica do estudante num contexto de expandir muitos dos conceitos que estudou em sistemas e controlo para sistemas "time-driven" e apoiando-se em bibliografia adequada. Importa também referir a adaptação do programa da unidade curricular aos interesses específicos do seu plano de doutoramento o que se traduz por uma motivação adicional. A metodologia de ensino assenta também na elevada maturidade dos estudantes que poderão conferir o progresso do trabalho através das horas de contacto, nas quais se debatem os diversos temas e se resolvem exercícios.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodology is coherent with the objectives of the curricular unit since it promotes the scientific autonomy of the student in the context of expanding many of the concepts studied for time-driven systems and control by using selected appropriate bibliography. It is important to note the adjustment of the program of the curricular unit to the specific interests of his/her doctoral plan that ensures an additional motivation. The teaching methodology also makes use of the high maturity level of students who have the opportunity to confer the progress of their work during the contact hours in which the various issues are presented and discussed, and exercises are solved.

3.3.9. Bibliografia principal:

Christos G. Cassandras, Stéphane Lafortune; Introduction to discrete event systems. ISBN: 0-7923-8609-4
Y. C. Ho and X. R. Cao, Perturbation Analysis of Discrete Event Dynamic Systems, Kluwer Academic Publishers, 1991.
P. Kozák and S. Balemi and R. Smedinga (eds.), Discrete Event Systems: Modelling and Control, Birkhäuser, Basel, Switzerland, 1993.
R. Kumar and V. K. Garg, Modeling and Control of Logical Discrete Event Systems, Kluwer Academic Publishers, 1995, ISBN 0-7923-9538.
Discrete Event Systems: Models and Application, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol. 103, Springer Verlag, August 1987.

Sendo de interesse para os planos de investigação dos estudantes, artigos científicos específicos podem ser incluídos na lista bibliográfica.

Being of interest for students' research plans, specific scientific articles may be included in the bibliography list.

Mapa IV - Modelos de Dinâmica Estocástica: Simulação e Estimação/ Stochastic Dynamics models: simulation...**3.3.1. Unidade curricular:**

Modelos de Dinâmica Estocástica: Simulação e Estimação/ Stochastic Dynamics models: simulation...

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Paula Manuela Lemos Pereira Milheiro de Oliveira 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Conhecer e usar as principais famílias de modelos dinâmicos para situações que envolvem aleatoriedade. Conhecer a formalização matemática dos principais modelos envolvendo dinâmica estocástica e conhecer as suas propriedades essenciais; ser capaz de seleccionar e estimar os modelos nos diferentes casos e interpretá-los; ser capaz de produzir simulações usando meios computacionais.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Knowing the mathematical formulation of the main models involving stochastic dynamics and knowing their essential properties, being able to select and estimate the models in different cases and interpret them, being able to produce simulations using computational methods.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Dinâmica estocástica em tempo discreto e dinâmica estocástica em tempo contínuo. Ligação com a teoria das séries temporais. Modelação por equações diferenciais estocásticas. Simulação. Análise de soluções. Estimação de parâmetros e de tempos de paragem.

3.3.5. Syllabus:

Stochastic dynamics in discrete time and stochastic dynamics in continuous time. Connection with the theory of time series. Stochastic differential equations modeling. Simulation. Analysis of solutions. Parameter estimation and estimation of stopping times.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O estudo dos modelos de dinâmica estocástica obriga a uma introdução prévia a um estudo geral da dinâmica estocástica, com uma posterior separação em dois grandes temas para o tratamento da modelação de problemas em tempo discreto e da modelação em tempo contínuo. A aprendizagem de técnicas de simulação serve dois propósitos: o de compreender melhor os modelos e o de, por si própria, constituir um utensílio de análise dos problemas.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The study of models of stochastic dynamics requires a previous introduction to the general class of stochastic dynamics and a subsequent ramification in the two main topics for modeling in discrete as well as in continuous time problems. Learning of simulation techniques serves two goals: that of understanding the models easier and

that of being itself useful a tool for analyzing problems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

O ensino envolve sessões de apresentação das matérias e sessões de discussão. A exposição dos temas e realização de trabalhos e exercícios de aplicação é feita com auxílio de meios computacionais.

Avaliação distribuída com exame final

A avaliação é efetuada através da realização de 2 trabalhos, com entrega de relatório e seguidos de uma prova final oral.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The teaching involves sessions with theoretical presentations and discussions. Presentation of subjects and project work benefits from the aid of computational methods.

Distributed evaluation with final written exam

The student grading will be based on two work projects with report assignments and a final oral exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A realização de um trabalho e a discussão das matérias permite uma eficiente aprendizagem neste nível de ensino.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The report assignment and the discussion of the UC contents allows for an efficient learning experience at this education level.

3.3.9. Bibliografia principal:

Xuerong Mao. Stochastic differential equations and their applications. - Chichester : Horwood Publishing, 1997.

Kutoyants, Yu A. Statistical inference for ergodic diffusion processes. Springer, 2004.

Giuliano Augusti, Alessandro Baratta, Fabio Casciati. Probabilistic methods in structural engineering. - London : Chapman & Hall, 1984

Brockwell, P.J. e Davis, R.A.; Introduction to Time Series and Forecasting. Springer-Verlag. 1996

Xuerong Mao; Stochastic Differential Equations and Applications

Mapa IV - Módulo de Inferência Não Paramétrica / Nonparametric Inference

3.3.1. Unidade curricular:

Módulo de Inferência Não Paramétrica / Nonparametric Inference

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Margarida Maria Araújo Brito 11h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Ana Cristina Gomes Monteiro Moreira de Freitas 10h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Perceber os princípios da estatística não paramétrica, as suas características específicas relativamente à inferência paramétrica e a diversidade das possíveis aplicações.

Compreender e saber aplicar os métodos fundamentais da inferência não paramétrica.

Aplicar técnicas não paramétricas adequadas na modelação estatística de problemas de interesse, desenvolvendo os conhecimentos e meios apropriados.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Understand the main principles of nonparametric statistics in relation to parametric inference and be aware of the rich possible applications.

Understand the fundamental nonparametric statistical methods and how to apply them.

Be able to develop the knowledge and the practical skills for nonparametric statistical modelling in unfamiliar situations.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Revisão dos conceitos e princípios fundamentais da inferência estatística.

A inferência estatística não paramétrica face à paramétrica.

Estimação não paramétrica da densidade. Testes de ajustamento. Estatísticas de ordem. Quantis. Problema da

*localização (uma ou várias amostras). Análise da associação entre duas variáveis.
Métodos de reamostragem, com ênfase para o bootstrap.
Exemplos de aplicação, tópicos adicionais de interesse e discussão de problemas atuais.*

3.3.5. Syllabus:

*Review of the fundamental concepts and principles of the statistical inference.
Nonparametric inference in relation to the parametric one.
Nonparametric density estimation. Tests of goodness of fit. Order statistics. Quantiles. Rank-based tests. Measures of association for two variables. Resampling methods, with emphasis to bootstrap.
Examples of application, some advanced topics and discussion of specific problems in the field.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

*A revisão estruturada da estatística indutiva promove a homogeneização dos conhecimentos dos estudantes. Os conteúdos programáticos cobrem os conceitos e métodos fundamentais da inferência estatística não paramétrica, a sua fundamentação teórica, fornecendo ainda exemplos concretos diversificados que evidenciam as condições de aplicabilidade dos métodos e modelos estatísticos abordados.
São discutidos problemas específicos da estatística não paramétrica e metodologias apropriadas, tendo em conta o enquadramento da u.c. no programa e o desenvolvimento dos planos de investigação individuais, contribuindo também para a seleção das técnicas não paramétricas recentes a serem abordadas nos tópicos adicionais.*

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

*The structured review of inferential statistics provides a common starting basis for students. The syllabus includes the fundamental concepts and methods of nonparametric statistical inference, their theoretical justification, providing concrete examples from different settings, emphasizing the underlying assumptions of the statistical models and procedures.
Specific problems of nonparametric statistics are analyzed and discussed, taking into account the other courses in the programme and the development of the individual research plans, contributing also for the selection of the additional topics.*

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

*Exposição e discussão dos temas, exercícios e problemas relacionados nas aulas, usando os meios adequados. As resoluções dos exercícios, problemas e alguns dos temas são apresentados pelos estudantes e discutidos por todos os participantes da u.c.. Nas OT, são orientados os trabalhos e estudo em curso, bem como o projeto final, envolvendo a elaboração de um relatório, com posterior apresentação e discussão. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina.
Avaliação: Distribuída sem exame final.*

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

*Lectures, where the topics of the syllabus, exercises and related problems are presented and discussed, using the adequate means. Exercises, problems and some of the topics are presented by the students and discussed by all the participants of the uc.. During tutorials, supervision of the work and study in progress is provided, including the project work, which involves a written report and posterior oral presentation and discussion. Resources are available for students at the unit's web page.
Evaluation: Continuous evaluation without final exam*

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As metodologias de ensino seguidas são aquelas que se consideram adequadas ao nível de 3º ciclo, numa disciplina desta área. A participação ativa dos estudantes nas aulas, a resolução dos problemas e realização de trabalhos, promove a consolidação dos princípios e métodos abordados, em particular, a aplicação de forma crítica de métodos não paramétricos em situações concretas. O projeto final permite reforçar e aprofundar os conhecimentos e o desenvolvimentos das capacidades de investigação independente.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodologies followed are those thought to be adequate for a PhD course in this area. The active participation of the students in classes, solving problems and worked examples, enables them to consolidate the principles and methods studied, and, in particular, the application of nonparametric methods and the critical analysis of the obtained results. The final project provides the opportunity to reinforce and deepen the knowledge and to develop the independent research skills

3.3.9. Bibliografia principal:

H. David e H. N. Nagaraja, Order Statistics, Wiley, 2003.

R. Randles e D. Wolfe, Introduction to the Theory of Nonparametric Statistics, Wiley, 1979
L. Wasserman, All of Nonparametric Statistics, Springer, 2006.

Mapa IV - Regressão Logística e Análise de Sobrevivência / Logistic Regression and Survival Analysis

3.3.1. Unidade curricular:

Regressão Logística e Análise de Sobrevivência / Logistic Regression and Survival Analysis

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Pedro Nuno Ferreira Pinto de Oliveira 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Proporcionar conhecimento e compreensão nos princípios estatísticos subjacentes à aplicação de modelos de regressão logística uni e multivariados e análise de sobrevivência.

No final da unidade curricular os estudantes saberão:

- *Compreender os conceitos da regressão logística e da análise de sobrevivência;*
- *Avaliar as linhas comuns destes métodos incluindo análise estratificada para tratar variáveis explanatórias e conceitos tais como confundimento e interação;*
- *Conhecer a estratégia da construção e a escolha de modelos e como interpretar os resultados.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

To provide an understanding of the statistical principles behind, and the practical application of univariable and multivariable logistic regression and survival analysis models.

By the end of the course, students will:

- *have a thorough conceptual understanding of logistic regression and survival analysis;*
- *appreciate the common threads running through these methods, including stratified analysis, different options for handling explanatory variables, and concepts such as confounding and interaction;*
- *know the basis on which analytical strategy and model choice is made, and how the results should be interpreted.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Introdução à Regressão Logística

Estratégias de modelação

Inferência Estatística: razão de chances na Regressão Logística

Estratégia de modelação para avaliar interação e confundimento

Avaliação da bondade do ajuste para Regressão Logística

Avaliação da performance discriminatória do Modelo de Regressão Logística: Curvas ROC

Introdução à Análise de Sobrevivência

Curvas de Sobrevivência de Kaplan-Meier e o Teste de Log-Rank

O modelo de riscos proporcionais e as suas características

Avaliação da assunção de proporcionalidade dos riscos

Extensão do Modelo de Riscos Proporcionais para Variáveis dependentes do Tempo

Análise de Risco com eventos competitivos

3.3.5. Syllabus:

Introduction to Logistic Regression

Modelling Strategy Guidelines

Statistical Inferences - Odds Ratio in Logistic Regression

Modelling Strategy for Assessing Interaction and Confounding

Assessing Goodness of Fit for Logistic Regression

Assessing Discriminatory Performance of a Binary Logistic Model: ROC Curves

Introduction to Survival Analysis

Kaplan-Meier Survival Curves and the Log-Rank Test

The Cox Proportional Hazards Model and Its Characteristics

Evaluating the Proportional Hazards Assumption

Extension of the Cox Proportional Hazards Model for Time-Dependent Variables

Competing Risks Survival Analysis

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade

curricular:

Os conteúdos programados respondem aos objetivos definidos, em particular, no que concerne ao conhecimento e compreensão de conceitos, métodos, aplicações e tópicos em Regressão Logística e Análise de Sobrevivência

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus corresponds to the defined objectives, in particular, in what concerns to knowledge and comprehension of concepts, methods and applications and topics in Logistic Regression and Survival Analysis

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em teórico-práticas onde são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos reais e simulados, utilizando o MATLAB, para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Também são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

A avaliação será baseada em projetos individuais.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where real and simulated examples using MATLAB are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

The continuous evaluation is based on individual projects.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade**curricular:**

A metodologia de ensino e aprendizagem compreende:

a apresentação de conceitos teóricos apoiados por exemplos de aplicação;

a resolução de exercícios, em grupo, onde os conceitos teóricos, algoritmos e testes são aplicados e discutidos;

a realização de pequenos testes individuais nas aulas, o que permite aos estudantes avaliarem o seu progresso ao longo do período letivo;

a realização de um exame global.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The teaching methodologies include:

the presentation of theoretic concepts supported by application examples;

the solution of exercises, in group, where the theoretic concepts, algorithms and tests are applied and discussed;

the realization of small individual tests in the classes, which allows every student to keep track of his/her progression;

the realization of a global exam

3.3.9. Bibliografia principal:

Hosmer DW & Lemeshow S. (2004). Applied Logistic Regression, John Wiley and Sons.

Collett D. (1996). Modelling Binary Data, Chapman and Hall.

Kleinbaum, D. G., Klein, M. (2005). Survival Analysis: A Self-Learning Text. Springer.

Mapa IV - Tópicos em Genética Estatística /Topics in Statistical Genetics**3.3.1. Unidade curricular:**

Tópicos em Genética Estatística /Topics in Statistical Genetics

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Carolina Luísa Cardoso Lemos 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

n.a.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Os estudantes deverão ser capazes de reconhecer os diferentes modos de transmissão de uma doença, estimando as diferentes probabilidades de risco para os familiares. Terão adquirido competências em relação às metodologias de análise usadas para o mapeamento cromossómico de genes e para o cálculo das frequências alélicas, genotípicas e razões para os desvios encontrados nas populações. Os estudantes também terão adquirido competências para avaliar a presença de uma componente genética numa determinada doença.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

The students should be able to recognize the different inheritance patterns of a disease and to estimate the risk for the other relatives. Also, the students should be able to use the appropriated methods of analysis to map genes in the genome, to estimate allelic and genotypic frequencies and to understand the reasons for the observed deviations. They should have also acquired the knowledge to evaluate the presence of a genetic component in a disease.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Hereditariedade mendeliana. Modos de transmissão e cálculo de riscos. Princípios da Epidemiologia. Medidas de frequência da doença e medidas de associação. Risco familiar de doença. Análise de segregação. Ligação genética: fracção de recombinação, distância genética, haplótipo. Método dos lodscores. Genética das populações: equilíbrio de Hardy-Weinberg. Desequilíbrio gamético. Estudos de associação.

3.3.5. Syllabus:

Mendelian inheritance. Modes of transmission and risks calculation. Epidemiologic principles. Measures of disease frequency and association. Familial risk of disease. Segregation analysis. Linkage analysis: recombination fraction, genetic distance, haplotype. Lodscore methods. Population genetics: Hardy-Weinberg equilibrium. Linkage disequilibrium. Association studies.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Na parte das aulas, serão apresentados e explicados os conceitos definidos no conteúdo programático e através da resolução de exercícios, os estudantes poderão utilizar as diversas ferramentas e metodologias de análise de modo a adquirir as competências esperadas nos objectivos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

With the lectures, the concepts defined in the syllabus will be presented and explained. With the exercises the students will be able to use and apply the appropriated analysis tools in order to fulfill the expected outcomes.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

A avaliação será feita através da realização de um trabalho de grupo, que inclui a apresentação oral dos trabalhos, sendo distribuída pela componente escrita e oral, sem exame final.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Evaluation will be performed through a group project including oral presentation of the project. Evaluation will take into account the written and oral component, without final exam.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Com a realização de um conjunto vasto de exercícios práticos, a leitura crítica de artigos científicos relacionados com os temas abordados nas aulas teóricas e o trabalho final de grupo, os estudantes ficarão aptos a desenvolver as competências esperadas nos objectivos e a realizar posteriormente trabalhos de investigação na área da estatística genética.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

With the exercises, the critical reading of scientific papers related with the lectures given and the final group project, the students will be able to develop the concepts expected in the learning outcomes and to perform research studies in the field of statistical genetics.

3.3.9. Bibliografia principal:

** Balding DJ, Bishop M, Cannings C. Handbook of Statistical Genetics. John Wiley & Sons (2007)*

** Thomas DC. Statistical Methods in Genetic Epidemiology. Oxford University Press (2005)*

** Strachan T and Read A. Human Molecular Genetics. Garland Science. 4th Edition (2010)*

Mapa IV - Complementos de Análise Matemática Aplicada / Complements of Applied Mathematical Analysis**3.3.1. Unidade curricular:*****Complementos de Análise Matemática Aplicada / Complements of Applied Mathematical Analysis*****3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:*****José Abílio Oliveira Matos (21h TP/OT)*****3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:*****n.a.*****3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):*****Pretende-se introduzir ferramentas de matemática financeira numa perspetiva analítica e numérica: a diversidade de tais ferramentas e algumas das suas aplicações, por um lado, e por outro contextos financeiros distintos onde os problemas necessitam de uma abordagem distinta.******Os estudantes que completam esta unidade curricular com sucesso devem ser capazes de:***

- *conhecer os resultados básicos do cálculo estocástico;*
- *calcular diversos riscos financeiros recorrendo a ferramenta numéricas;*
- *interpretar os resultados obtidos no cálculo de opções europeias e americanas.*

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):***It is intended to introduce financial mathematical tools from an analytical and numerical perspective: the diversity of such tools and some of their applications, on the one hand, and the other distinct financial contexts where problems require a different approach.******Students who complete this course successfully should be able to:***

- *Know the basic results of stochastic calculus;*
- *Calculate various financial risks using numerical tools;*
- *Interpret the results obtained in the evaluation of European and American options.*

3.3.5. Conteúdos programáticos:

- *Introdução/revisão ao cálculo estocástico.*
- *Modelo do mercado financeiro.*
- *Introdução/revisão de métodos numéricos e de simulação de processos estocásticos.*
- *Cálculo de opções europeias e americanas.*

3.3.5. Syllabus:

- *Introduction/revision of Stochastic Calculus.*
- *Model of the Financial Market.*
- *Introduction/revision of Numerical Methods and simulation of Stochastic Processes.*
- *Computation of European and American Options.*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:***Os conteúdos programáticos versam sobre a introdução à teoria financeira numérica e analítica e contemplam vários instrumentos financeiros. Nas aulas, serão apresentados e explicados os conceitos definidos no conteúdo programático e através da resolução de exercícios, os estudantes poderão utilizar as diversas ferramentas e metodologias de análise de modo a adquirir as competências esperadas nos objetivos.*****3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:*****The contents concern the introduction to numerical and analytical financial theory and include various financial instruments. With the lectures, the concepts defined in the syllabus will be presented and explained. With the exercises the students will be able to use and apply the appropriated analysis tools in order to fulfill the expected outcomes.*****3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):*****As horas de contacto estão distribuídas em aulas teóricas e teórico-práticas. Nas primeiras são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Nas aulas teórico-práticas são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.******A avaliação é distribuída sem exame final.******A avaliação distribuída inclui um projeto individual e a resolução de listas de exercícios no final de cada sessão.***

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

The evaluation is continuous without a final exam.

The continuous evaluation includes an individual project, and solving a lists of problems given at the end of each session.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas permitem uma exposição dos conteúdos programáticos adequada ao público-alvo, enquanto que o trabalho individual e os problemas propostos, permitem o desenvolvimento de competências em investigação.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The lectures allow the presentation of concepts in a level suitable to the target audience and individual work as well as the problems proposed to each student allow the development of research skills.

3.3.9. Bibliografia principal:

Tools for Computational Finance, Rüdiger U. Seydel, Springer, London 2012, ISBN 978-1-4471 2992-9

Stochastic Processes with Applications to Finance, Masaaki Kijima, Chapman & Hall/CRC, 2002, ISBN 1-58488-224-7

An Introduction to Stochastic Differential Equations, Lawrence C. Evans

Publication Year: 2013

ISBN-10: 1-4704-1054-0, ISBN-13: 978-1-4704-1054-4

Mapa IV - Tópicos de Séries Temporais / Topics in Time Series Analysis**3.3.1. Unidade curricular:**

Tópicos de Séries Temporais / Topics in Time Series Analysis

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Eduarda da Rocha Pinto Augusto da Silva 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Manuel González Scotto 21h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Ao completar a uc os alunos devem ter adquirido as seguintes competências:

Familiaridade com a terminologia e os conceitos básicos de análise de séries temporais; capacidade para provar as propriedades probabilísticas e estatísticas fundamentais (existência de solução, estacionaridade, momentos) de modelos para séries temporais univariados e multivariados; capacidade de avaliar criticamente literatura científica na qual são usados métodos de séries temporais; capacidade para aplicar métodos de análise de séries temporais em problemas concretos.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

As a result of taking this course, the student should:

Understand basic time series concepts and terminology; be able to prove probabilistic and statistical properties of time series univariate and multivariate models, such as existence of solution, stationarity, moments, etc; be able to critically evaluate scientific literature in which time series methods are used; be able to apply time series analysis in the appropriate problems.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Capítulo 1. Séries temporais estacionárias: conceitos básicos em séries univariadas e multivariadas. Modos de convergência e teoremas do limite central.

Capítulo 2. Modelos ARIMA: processos ARMA causais e invertíveis; previsão com modelos ARMA; estimação de modelos ARMA e propriedades dos estimadores; decomposição de Wold; modelos integrados para séries não estacionárias; modelação com modelos ARIMA.

Capítulo 3. Modelos não lineares: Introdução; Modelos AR por limiares; Modelos Bilineares; Modelos GARCH;

Modelos INARMA; Modelos periódicos.

Capítulo 4. Inferência Estatística: Introdução; Métodos de estimação; Métodos de seleção de modelos.

Capítulo 5. Exemplos de outros temas abordados: modelos periódicos (PAR); Hidden Markov Models; modelos autorregressivos funcionais; monitorização de séries temporais com curvas ROC; classificação em séries temporais; modelos espaço-temporais; redução da dimensionalidade: SSA e MSSA.

3.3.5. Syllabus:

Chapter 1. Stationary time series: basics in the univariate and multivariate contexts. Convergence modes and central limit theorems.

Chapter 2. ARIMA models: causal and invertible ARMA models; forecasting with ARMA models; estimation of ARMA models and properties of estimators; Wold decomposition; integrated models for non-stationary series; ARIMA modelling.

Chapter 3. Non linear models for time series: introduction; threshold models; bilinear models; GARCH models; INARMA models; Periodic models.

Chapter 4. Statistical Inference: introduction; estimation, model selection.

Chapter 5. : Periodic AR (PAR) models; Hidden Markov models; functional autoregressive models; spatio-temporal models; time series monitoring using ROC curves, dimensionality reduction: SSA and MSSA.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

O conteúdo programático com dois capítulos, Capítulos 1 e 2, fixos permite rever conceitos sobre séries temporais, complementados com conceitos teóricos que geralmente não são abordados a nível de mestrado (ou licenciatura), funcionando também como uma introdução ao tema para os alunos que nunca tenham estudado séries temporais. Deste modo, os Capítulos 1 e 2 homogeneizam os conhecimentos dos estudantes e permitem a familiarização com a terminologia e os conceitos básicos de análise de séries temporais e ainda o desenvolvimento das técnicas necessárias para provar as propriedades probabilísticas e estatísticas fundamentais dos modelos de séries temporais. Por outro lado, os restantes capítulos, ao permitir o estudo de modelos para séries temporais univariados e multivariados desenvolvem a capacidade de avaliar criticamente literatura científica na qual são usados métodos de séries temporais e a capacidade para aplicar métodos de análise de séries temporais em problemas concretos.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The syllabus has two chapters, Chapters 1 and 2, which will help the students to understand basic time series concepts and terminology and provide them with the necessary mathematical tools to prove probabilistic and statistical properties of time series models, such as existence of solution, stationarity, moments, etc. The following chapters consider models for univariate and multivariate and help the students to develop the skills to critically evaluate scientific literature in which time series methods are used and also to apply time series analysis in the appropriate problems.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Aulas de exposição, e seminários apresentados pelos estudantes sobre o tema de trabalho escolhido. A avaliação é contínua sem exame final e inclui listas de problemas e o trabalho desenvolvido com vista à apresentação do seminário a apresentar.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures. The students must choose a theme and present in a seminar. Evaluation: continuous evaluation without final exam, which includes lists of problems and the work developed on the theme chosen and corresponding seminar.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas de exposição pelos docentes permitem a familiarização com a terminologia, os conceitos básicos e as técnicas de análise de séries enquanto que o estudo de artigos publicados e apresentação de seminários desenvolvem a capacidade de avaliar criticamente literatura científica na qual são usados métodos de séries temporais, a capacidade para aplicar métodos de análise de séries temporais em problemas concretos, constituindo uma introdução à metodologia de investigação na área.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The lectures allow the presentation of concepts and terminology of time series analysis while the study of published papers help to develop the skills to critically evaluate scientific literature in which time series methods are used, to apply time series analysis in the appropriate problems. As well as to develop research skills.

3.3.9. Bibliografia principal:

R. H. Shumway, D.S Stoffer (2011). Time Series Analysis and its Applications with R examples. Springer texts in

Statistics.

Peter J. Brockwell, Richard A. Davis (1991). *Time Series: Theory and Methods*. Springer-Verlag.

Fan, J. and Yao, Q. (2003). *Nonlinear Time Series*. Springer-Verlag, New York.

Gao, J. (2007). *Nonlinear Time Series: Semiparametric and Nonparametric Methods*. Chapman and Hall, Boca Raton.

Tong, H. (1990). *Non-linear Time Series*. Oxford Science Publications, Oxford.

Randal Douc, Eric Moulines, David Stoffer (2014). *Nonlinear Time Series: Theory, Methods and Applications with R Examples*, Chapman & Hall/CRC Texts in Statistical Science.

Mapa IV - Processamento de Sinal e Séries Temporais / Signal Processing and Time Series Analysis**3.3.1. Unidade curricular:**

Processamento de Sinal e Séries Temporais / Signal Processing and Time Series Analysis

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Ana Paula de Frias Viegas Proença Rocha 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Maria Eduarda da Rocha Pinto Augusto da Silva 21h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Ao completar a uc os estudantes devem ter adquirido as seguintes competências:

Familiaridade com a terminologia e os conceitos básicos de processamento digital de sinal; amostragem e desenho de filtros; modelação de sinais e séries temporais; a capacidade para aplicar métodos de processamento de sinal e análise de séries temporais em problemas concretos de diversas áreas: : biomedicina, ambiente, economia e finanças.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

On completion of the course the student will be familiarized with the basic methods and terminology of digital signal processing such as sampling and filter design; will be able to model signals and time series; will be able to apply digital signal processing methods in problems from a several areas of knowledge: biomedicine, environment, economics and finance.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

Fundamentos de Processamento Estatístico de Sinal. Tópicos de métodos probabilísticos em sinais e sistemas, análise conjunta de sinais, modelação, estimação espectral e filtragem; aplicação à análise de séries temporais no domínio da frequência. Tópicos avançados selecionados de processamento estatístico de sinal, relativos a novas metodologias com enfoque em aplicações bem estabelecidas ou emergentes e novos paradigmas do processamento de sinal e séries temporais como: análise variante no tempo e de wavelets, métodos adaptativos e aprendizagem (métodos de núcleo), análise em componentes independentes, processamento de sinal bayesiano. Modelos em espaço de estados (modelos lineares dinâmicos) como uma ferramenta geral de modelação de séries temporais: modelos ARMAX, modelos de comutação, modelos de memória longa, modelos de volatilidade, análise de dados longitudinais. Aplicação crítica a caso de estudo.

3.3.5. Syllabus:

Foundations of Statistical Signal Processing. Topics of probabilistic methods in signals and systems, signal joint analysis, modelling, spectral estimation and filtering; application to the analysis of time series in the frequency domain. Selected advanced topics of statistical signal processing, regarding novel methodologies and targeting both longstanding and emergent signal processing and time series applications, as: time-variant and wavelet analysis, adaptation, kernel based learning, independent component analysis, non-linear modeling, bayesian signal processing. State-space models (dynamic linear models) as a general time series modeling framework: ARMAX models, switching models, long-memory models, volatility models, longitudinal data analysis. Case study application and critical insight of the studied methods.

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

A orientação da unidade curricular privilegia a compreensão dos conceitos e métodos e a sua utilização na extração de informação de sinais e na análise de dados. O conteúdo programático aborda as ferramentas necessárias para dotar os estudantes dessa capacidade. É atribuído um projeto individual a cada estudante, preferencialmente ajustado ao seu plano de investigação, o que se traduz por uma motivação adicional.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The course orientation focus on the understanding of concepts and methods, and its effective use in signal

information extraction and data analysis. The syllabus contains the tools that allow students to address these issues. An individual project is assigned to each student, in coordination with the student's research plan, what ensures an additional motivation.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Nas aulas são apresentados os conceitos e métodos, incluindo uma parte inicial de homogeneização com revisão e complementação dos conhecimentos no tema e apresentações e discussões de tópicos avançados selecionados. Nas aulas de orientação tutorial é feito um acompanhamento do trabalho e projeto individual, incluindo os aspetos computacionais envolvidos.

A avaliação tem por base o projeto individual, com as seguintes vertentes: qualidade e volume de trabalho, documento escrito (relatório técnico/artigo), apresentação oral e discussão.

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

The course is composed of lectures, where the concepts and methods are presented including an initial perspective review of the basics of statistical signal processing and strategic presentations and discussions of selected advanced topics. The supervision sessions provide support for the execution of the individual work and project, including the involved computational issues.

The course evaluation is based on the individual project, with the following components: quality and volume of work, written document (technical report/paper), oral presentation and discussion.

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Nas aulas de exposição são apresentados os conceitos e métodos, incluindo uma parte inicial de homogeneização com revisão e complementação dos conhecimentos no tema, permitindo a familiarização com a terminologia e os conceitos básicos de processamento digital de sinal; já o estudo individual e realização de um trabalho de projeto com a respectiva exposição permite o desenvolvimento da capacidade para aplicar métodos de processamento de sinal e análise de séries temporais em problemas concretos de diversas áreas: biomedicina, ambiente, economia e finanças.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The lectures allow the presentation of concepts to the students leading to the familiarization with the basic methods and terminology of digital signal processing such as sampling and filter design; Individual work and evaluation procedure allows the students to be able to apply digital signal processing methods in problems from a several areas of knowledge: biomedicine, environment, economics and finance, while promoting scientific research.

3.3.9. Bibliografia principal:

- R. Shiavi, *Applied Statistical Signal Analysis*, Academic Press, 2006.
- R. H. Shumway, D.S Stoffer. *Time Series Analysis and its Applications with R examples*. Springer texts in Statistics ISBN: 978-1-4419-7864-6 (Print) 978-1-4419-7865-3 (Online). 2011
- S. Vaseghi, *Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction*, 4th ed ,John Wiley 2009
- J. Candy, *Bayesian signal processing : classical, modern, and particle filtering methods*, John Wiley&Sons, 2009.

Mapa IV - Estatística Aplicada a Ensaaios Clínicos / Statistics Applied to Clinical Trials

3.3.1. Unidade curricular:

Estatística Aplicada a Ensaaios Clínicos / Statistics Applied to Clinical Trials

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Carolina Luísa Cardoso Lemos 11h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Pedro Miguel Ferreira de Sá Couto 10h

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Cerca de 8000 ensaios clínicos são executados anualmente em todas as especialidades médicas. A interpretação correta dos resultados desses ensaios depende fundamentalmente de um planeamento adequado do ensaio e de uma correta análise estatística dos dados. Este curso permitirá desenvolver capacidades na área do planeamento e análise de dados de investigação clínica experimental.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

More than 8000 clinical trials are performed every year in all medical specialties. Correct interpretation of results depends mainly on the design and analysis adequacy. This course aims at developing analytical skills in experimental clinical research.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

1. *O que é um ensaio clínico? Perspectiva histórica e processos regulamentares*
2. *Conceitos estatísticos básicos: viés, confundimento, significância clínica, reprodutibilidade e generalização*
3. *Considerações sobre o planeamento do ensaio; desenho e classificação do ensaio clínico*
4. *Questões de método: Randomização e ocultação; Dados contínuos e categóricos; Determinação da dimensão amostral; Dados censurados e análise preliminar*
5. *Questões de avaliação: Eficácia e segurança*
6. *Preparação e implementação de um protocolo clínico*

3.3.5. Syllabus:

1. *What is a clinical trial? Historical perspective and regulations*
2. *Introductory statistical concepts: bias, confounding, clinical significance, reproducibility and generalization*
3. *Considerations on clinical trials planning, design and classification*
4. *Methodological issues: Randomization and blinding; Data issues and sampling dimension; Censored data and interim analysis*
5. *Issues of evaluation: efficacy and safety*
6. *Building up and implementing a clinical protocol*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Ao nível de doutoramento uma unidade curricular deve por um lado indicar aos estudantes áreas potenciais de investigação e, simultaneamente fornecer bases sólidas para investigação na área. Considero que o conteúdo programático descrito acima, apoiado em bibliografia adequada (ver bibliografia) e artigos científicos distribuídos aos estudantes de acordo com os seus interesses pessoais, é, por isso, apropriado.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Considering that a curricular unit at PhD level server two purposes: indicates potential research areas and problems and also provides scientific background for the research in the area, the above described syllabus, based on good references and papers distributed to students according to their personal interests, is the most adequate.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Nas horas de leccionação são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Também são resolvidos exercícios e problemas, previamente indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

Tipo de avaliação: Avaliação distribuída sem exame final

Condições de frequência: 2/3 das aulas

Fórmula de avaliação: resolução de exercícios (50%), apresentação oral/discussão de artigo metodológico (50%)

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Type of evaluation: evaluation without final exam

Terms of frequency: 2/3 lectures

Evaluation formula: problem solving (50%), oral presentation / discussion of methodological article (50%)

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas permitem uma exposição dos conteúdos programáticos adequada ao público-alvo, enquanto que o trabalho individual com vista a uma apresentação oral sobre um tema de trabalho proposto, permite o desenvolvimento de competências em investigação.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The lectures allow the presentation of concepts in a level suitable to the target audience and individual work of each student allows the development of research skills.

3.3.9. Bibliografia principal:

Clinical Trials: A methodological perspective, 2nd edition. Piantadosi S, 2005. John Wiley & Sons.

Design and analysis of clinical trials: concepts and methodologies, 2nd edition. Chow SC and Liu JP, 2004. John Wiley & Sons.

The design and analysis of clinical experiments. Fleiss JL, 1999. John Wiley & Sons.

Mapa IV - Métodos Estatísticos em Epidemiologia / Statistical Methods in Epidemiology**3.3.1. Unidade curricular:**

Métodos Estatísticos em Epidemiologia / Statistical Methods in Epidemiology

3.3.2. Docente responsável (preencher o nome completo) e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Carolina Luísa Cardoso Lemos 21h

3.3.3. Outros docentes e respectivas horas de contacto na unidade curricular:

Não aplicável.

3.3.4. Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes):

Nesta UC descrevem-se os princípios e métodos envolvidos no planeamento, análise e interpretação de estudos de investigação em Epidemiologia. Dá-se particular relevo a questões quantitativas que decorrem da execução de um estudo epidemiológico – medição, validade e generalização.

3.3.4. Intended learning outcomes (knowledge, skills and competences to be developed by the students):

Principles and methods involved in planning, analyzing and interpreting results of epidemiological studies are described in this course. Particular emphasis is given to quantitative issues as measurement, validity and generalization.

3.3.5. Conteúdos programáticos:

- 1. Componentes de uma investigação epidemiológica: objetivos e métodos*
- 2. Tipo e planeamento de estudos epidemiológicos de observação*
- 3. Medidas de frequência e associação e seu impacto*
- 4. Validade da investigação epidemiológica: viéses e confundimento*
- 5. Princípios e procedimentos da análise epidemiológica: Opções para controlo de factores estranhos (estratificação e emparelhamento) e estudo de interações, modificação de efeitos e sinergia*
- 6. Modelação: considerações teóricas e estratégia de análise*

3.3.5. Syllabus:

- 1. Epidemiological research: objectives and methods*
- 2. Typology and design of epidemiologic research*
- 3. Measures of disease frequency, measures of association and measures of potential impact*
- 4. Validity of epidemiological research: selection bias, information bias and confounding*
- 5. Principles and procedures of epidemiologic analysis: options for control of extraneous factors, interaction, effect modification and synergism*
- 6. Modeling: theoretical considerations and analysis strategy*

3.3.6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

Ao nível de doutoramento uma unidade curricular deve por um lado indicar aos estudantes áreas potenciais de investigação e, simultaneamente fornecer bases sólidas para investigação na área. Considero que o conteúdo programático descrito acima, apoiado em bibliografia adequada (ver bibliografia) e artigos científicos distribuídos aos alunos de acordo com os seus interesses pessoais, é, por isso, apropriado.

3.3.6. Evidence of the syllabus coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

Considering that a curricular unit at PhD level server two purposes: indicates potential research areas and problems and also provides scientific background for the research in the area, the above described syllabus, based on good references and papers distributed to students according to their personal interests, is the most adequate.

3.3.7. Metodologias de ensino (avaliação incluída):

Nas horas de lecionação são apresentados os conteúdos do programa, recorrendo-se a exemplos para ilustrar os conceitos tratados e orientar os estudantes. Também são resolvidos exercícios e problemas, previamente

indicados. São disponibilizados materiais de apoio na página da disciplina. Para além das aulas, há períodos de atendimento semanais onde os estudantes têm oportunidade de esclarecer dúvidas.

Tipo de avaliação: Avaliação distribuída sem exame final

Condições de frequência: 2/3 das aulas

Fórmula de avaliação: resolução de exercícios (50%), apresentação oral/discussão de artigo metodológico (50%)

3.3.7. Teaching methodologies (including assessment):

Lectures and classes: The contents of the syllabus are presented in the lectures, where examples are given to illustrate the concepts. There are also practical lessons, where exercises and related problems are solved. All resources are available for students at the unit's web page.

Type of evaluation: evaluation without final exam

Terms of frequency: 2/3 lectures

Evaluation formula: problem solving (50%), oral presentation / discussion of methodological article (50%)

3.3.8. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular:

As aulas permitem uma exposição dos conteúdos programáticos adequada ao público-alvo, enquanto que o trabalho individual com vista a uma apresentação oral sobre um tema de trabalho proposto, permite o desenvolvimento de competências em investigação.

3.3.8. Evidence of the teaching methodologies coherence with the curricular unit's intended learning outcomes:

The lectures allow the presentation of concepts in a level suitable to the target audience and individual work of each student allows the development of research skills.

3.3.9. Bibliografia principal:

Rothman KJ. Epidemiology: An introduction. Oxford University Press, 2002.

Kleibbaum DG, Kupper LL, Morgenstern H. Epidemiologic research: principles and quantitative methods. Van Nostrand Reinhold, 1982

MacMahon B. Epidemiology: principles and methods (2nd edition). Lippincot-Raven, 1997

Newman SC. Biostatistical methods in epidemiology. John Wiley & Sons, 2001